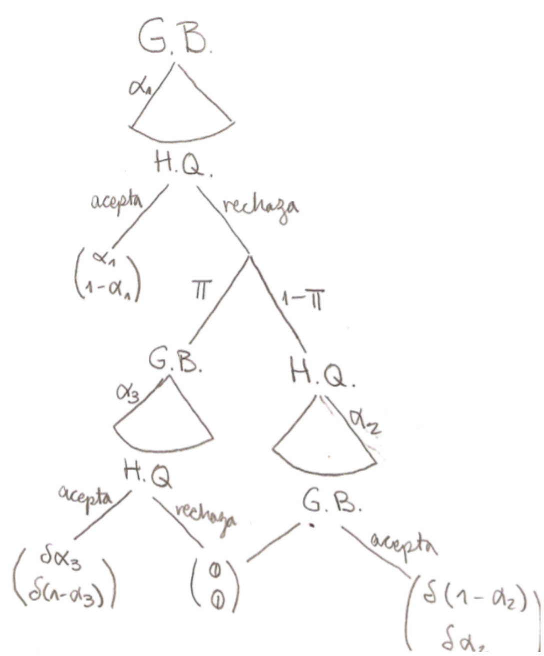
Auxiliar #8

Juegos repetidos

Prof: Rahmi Ilkilic
Auxiliares: Diego Reyes Troncoso, Rodrigo Mahaluf Recasens, Daniel A. Monsalve V., Daniel E. Szmulewicz.

Pregunta 1

Después del asalto de la semana antepasada y la injusta repartición del botín, los ayudantes del Guasón Bebé renunciaron y esté último decidió aliarse con Harley Quinn. Juntos realizaron otro atraco obteniendo 1 millón de batidólares. Para repartirlo deciden proceder de la siguiente manera: primero el Guasón Bebé hace una oferta y luego Harley Quinn decide aceptar o no la oferta. Si Harley Quinn acepta, el juego se acaba. Si Harley Quinn rechaza la oferta, deciden aleatoriamente quién hace la segunda oferta y quién debe decidir aceptar o rechazar. Más concretamente, con probabilidad $\pi \in [0, 1]$, se repite la situación anterior y con probabilidad $1 - \pi$ Harley Quinn hace la ofreta y el Guasón Bebé acepta o rechaza. Si no hay acuerdo en la segunda ronda, se pelean a muerte y quedan sin pan ni pedazo (pagos 0). Además, dado que ambos son muy ansiosos, cada periodo que pasa los pagos se descuentan a tasa $\delta \in [0, 1[$



a) Encuentre el EPS del juego cuando $\pi = 0$. En este caso se está en la situación de una negociación con oferentes intercalados. Procediendo por IR, se tiene que:

4. G.B. aceptará la oferta de H.Q. siempre y cuando, la parte que el reciba sea mayor a 0.

3. H.Q. escogerá α_2 tal que $\delta(1-\alpha) > 0$ para que G.B. la acepte, de esta manera podemos considerar $\alpha_2 \sim 1$.

2. H.Q. aceptará la oferta de G.B. siempre y cuando $1-\alpha_1 > \delta$.

1. G.B. escogerá α_1 tal que $1-\alpha_1 > \delta$ para que H.Q. acepte la oferta.

De esta manera los pagos serán $1-\delta$ y δ respectivamente.

b) Encuentre el EPS del juego cuando $\pi \in [0,1]$. ¿Cuántas rondas dura la negociación? Explique.

Reparte G.B. **2.** H.Q. aceptará si $\delta(1-\alpha_3) > 0$

1. G.B. escogerá $\alpha_3 \to 1$ (por la misma razón que vimos en la parte anterior)

Reparte H.Q. **2.** G.B. aceptará si $\delta(1-\alpha_3) > 0$

1. H.Q. escogerá $\alpha_2 \to 1$

3. H.Q. aceptará siempre y cuando $\alpha_2 > \mathbb{E}(\text{rechazar})$, es decir,

$$\alpha_2 > \pi \cdot 0 + (1-\pi)\delta$$

2. G.B. deberá escoger α_1 tal que $\alpha_1 > \delta\pi$ y $1-\alpha_1 > \delta(1-\pi)$ aceptará la oferta de G.B. siempre y cuando $1-\alpha_1 > \delta$

1. G.B. escogerá α_1 tal que $1-\alpha_1 > \delta$ para que H.Q. acepte la oferta.

c) Discuta cómo cambian los pagos de equilibrio cuando aumenta π.

1.0.1 Al final de este documento se adjunta una pauta más detallada y con muchas faltas de ortografía, pero con dibujitos.

Pregunta 2

Dos jugadores juegan(repiten) el juego abajo por dos períodos y calculan su pago total sin descuento.

	L	C	R
U	6,6	0,7	0,0
M	7,0	3,3	0,0
D	0,0	0,0	1,1

Encuentre todos los equilibrios subjuego perfectos en estrategias puras del juego repetido.

Respuesta: Primero que todo hay que identificar los equilibrios de Nash como si fuera un juego en simultáneo de un período. Estos son **(M,C) y (D,R)** E

xisten 4 EPS directos, que son jugar los equilibrios de Nash del juego no repetido. Estos EPS son todas las combinaciones posibles de estos equilibrios.

- EPS_1 = (M,C) $\to$ (M,C)

- EPS_2 = (M,C) $\rightarrow$ (D,R)
- EPS_3 = (D,R) $\rightarrow$ (M,C)
- EPS_4 = (D,R) $\rightarrow$ (D,R)

Finalmente, hay otro EPS no directo donde los dos jugadores cooperan, basado en una estrategia de coordinación del tipo premio-castigo.

- El jugador 1:

  En la primera repetición jugará U.

  En la segunda repetición premiará a jugador 2 jugando M si éste jugó L el turno pasado y lo castigará jugando D si éste jugó otra cosa el turno pasado.

- Análogamente el jugador 2:

  En la primera repetición jugará L.

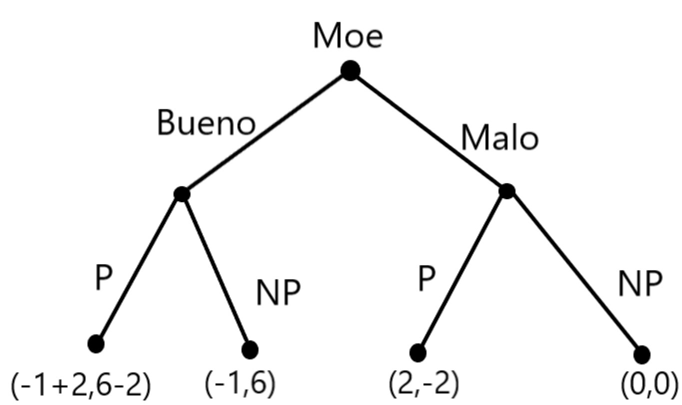
  En la segunda repetición premiará a jugador 2 jugando C si éste jugó U el turno pasado y lo castigará jugando R si éste jugó otra cosa el turno pasado.

Pregunta 3

Homero Chino[1] se dirige a beber una cerveza al Bar de Moe, este último debe escoger si le da un buen servicio o un mal servicio, por otro lado Homero Chino decide si le da propina o no. A Moe le gusta recibir propina, pero tiene un costo de dar un buen servicio. A Homero Chino le gusta recibir un buen servicio, pero no le gusta dar propinas. Suponga que solo se pueden dar dos propinas: 0 o 2. Para Homero Chino un buen servicio vale 6 y uno malo 0. Para Moe el costo de proveer un buen servicio es 1.

a) Dibuje el juego en forma extensiva.

   Respuesta:



[1] Ver video informativo: https://www.youtube.com/watch?v=-uEwcXUu-CU "Homero Chino"

b) ¿Existen estrategias dominadas en este juego?

Respuesta:

Independiente de lo que decida hacer Moe, Homero Chino siempre estará mejor no dando propina, por lo que es esta una estrategia dominante, por otro lado tener que dar un buen servicio nunca es mejor respuesta.

c) Encuentre los EPS.

Respuesta:

Mediante inducción reversa se puede observar que en el caso en que Moe presta un buen servicio Homero Chino prefiere no dar propina (4 de dar propina vs 6 de no dar), y en el caso de que Moe si da un buen servicio Homero Chino tampoco da propina (-2 de dar propina vs 0 de no dar), pues esto maximiza sus pagos.

Ante esto, Moe si elige prestar un buen servicio recibiría -1, y si presta un servicio malo recibe 0, por lo que prefiere prestar un mal servicio.

Así, el EPS es {M,NP}.

d) Ahora bien sabemos que Homero es un cliente frecuente y asiste todas las semanas al Bar de Moe. Ambos descuentan sus utilidades futuras a tasa δ. Encuentre el mínimo δ tal que Homero da propina y reciba un buen servicio (considere estrategias gatillo).

Respuesta:

Cuando Homero Chino da propina y recibe un buen servicio los pagos son (1,4).

Para proceder con estrategia gatillo se hace de la siguiente forma:

$$VP_{colusión} \geq VP_{Desvío}$$

$$\sum_{t=0}^{\infty} \pi_{Colusión} \cdot \delta^t \geq \pi_{Desviación} + \sum_{t=1}^{\infty} \pi_{EquilibrioNash} \cdot \delta^t \tag{1}$$

Las utilidades son las siguientes:

$$\pi_{Colusión} = 4$$

$$\pi_{Desvío} = 6$$

$$\pi_{EquilibrioNash} = 0$$

Reemplazando esto en (1) queda:

$$4\sum_{t=0}^{\infty} \cdot \delta^t \geq 6 + \sum_{t=1}^{\infty} 0 \cdot \delta^t$$

$$4\sum_{t=0}^{\infty} \cdot \delta^t \geq 6$$

Recordando la famosa y nunca bien ponderada serie geométrica:

$$4 \cdot \frac{1}{1-\delta} \geq 6$$

Finalmente, despejando δ:

$$\delta \geq \frac{1}{3}$$

e) Comente porqué este problema no tiene sentido.

Respuesta: porque en China no toman cerveza.