Auxiliar 1

Juegos Estáticos con Información Completa

Prof: Rahmi Ilkilic
Auxiliares: Diego Reyes Troncoso, Rodrigo Mahaluf Recasens, Daniel A. Monsalve V., Daniel E. Szmulewicz.

Resumen

Definición: La representación de un **Juego en Forma Normal (JFN)** entrega los n jugadores con estrategias $S_1, \ldots, S_n$ y sus pagos respectivos $\mu_1, \ldots, \mu_n$ es de la forma $G = \{S_1, \ldots, S_n;\ \mu_1, \ldots, \mu_n\}$.

Definición: En un JFN, decimos que un jugador $i \in I$ tiene una **estrategia estrictamente dominada** $s_i \in S_i$ si existe $\hat{s}_i \in S_i$ tal que $\mu_i(s_i, s_{-i}) < \mu_i(\hat{s}_i, s_{-i}), \forall s_{-i} \in S_{-i}$.[1]

Definición: $\hat{s}_i \in S_i$ es la **mejor respuesta** del jugador i ante la estrategia s_j del jugador j si $u_i(\hat{s}_i, s_j) \geq u_i(s_i, s_j)$ con $s_i \in S_i$, o equivalentemente $\hat{s}_i = \arg\max_{s_i \in S_i} u_i(s_i, s_j)$.

Definición: Sea un Juego en Forma Normal de n jugadores. Un conjunto de estrategias $(s_1^*, s_2^*, \ldots, s_n^*)$ es un **Equilibrio de Nash (EN)** si para todo jugador i, s_i^* es la mejor respuesta del jugador i a las $n-1$ estrategias de los otros jugadores $s_k,\ k \neq i$, es decir: $\mu_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq \mu_i(s_i, s_{-i}^*)$.

Pregunta 1

En los siguientes juegos, encuentre las estrategias que sobreviven a EIEED.

- Juego 1:

	A	B	C
X	2,0	1,1	4,2
Y	3,4	1,2	2,3
Z	1,3	0,2	3,0

- Juego 2, para L > 1:

[1] Notación: $s_{-i} = (s_1, ..., s_{i-1}, s_{i+1}, ..., s_n)$; análogamente $S_{-i} = \Pi_{j \neq i} S_j$

	D	C
D	L,1	0,0
C	0,0	1,L

- Juego 3:

	A	B	C	D	E
V	4,-1	3,0	-3,1	-1,4	-2,0
W	-1,1	2,2	2,3	-1,0	2,5
X	2,1	-1,-1	3,4	4,-1	0,2
Y	1,6	-3,0	-1,4	1,1	-1,4
Z	0,0	1,4	-3,1	-2,3	-1,-1

Pregunta 2

a) Muestre que para un Juego en Forma Normal $G = \{S_1, \ldots, S_n;\ \mu_1, \ldots, \mu_n\}$ de n jugadores, si las $(s_1^*, s_2^*, \ldots, s_n^n)$ estrategias de los n jugadores son un Equilibrio de Nash, entoces sobreviven a la EIEED.

b) Usando lo demostrado en a), muestre que para un juego $G = \{S_1, \ldots, S_n;\ \mu_1, \ldots, \mu_n\}$, si EIEED elimina todas las estrategias salvo $(s_1^*, \ldots, s_n^n)$, entonces esas estrategias son el único Equilibrio de Nash en el Juego.

Pregunta 3

a) Usted y sus n amigos tienen muchas ganas de juntarse a celebrar el *primer viernes del semestre*, para esto deciden hacer una *vaquita* para comprar una *promo*. Lamentablemente usted como alumno común y corriente que és (y que todavía no le pagan las UB's) dispone de muy poco dinero en su billetera y necesita ser austero con sus gastos. Lamentablemente todos sus amigos se encuentran en la misma situación. Suponga que su función utilidad es la siguiente

$$\mu_i = \sum_{k=1}^{n} \ln(v_k) - v_i \tag{1}$$

donde v_i es la estrategia del jugador i (cuanta plata decide aportar a la *vaquita*) y $v_k,\ k \neq i$ son las estrategias de sus amigos.

1. Modele el problema como un Juego en Forma Normal
2. Encuentra la mejor respuesta del jugador i.

b) Sea una competencia de Cournot[2] de dos jugadores donde el precio de mercado esta dado por $P(Q) = a - Q$ y los costos marginales de cada firma son c_1 y c_2 respectivamente. Calcule el equilibrio de Nash.

[2] Las firmas deciden cuánto producir.