P3) Hay un total de N pares adyacentes de spines, para satisfacer la condición de borde periódica requerimos que haya un número par de paredes de dominio, luego la cantidad de formas que se pueden tomar m paredes con m par es: $\binom{N}{m}$

$$Z = \sum_{m\ par}^{N} \binom{N}{m} e^{-\beta(-JN + 2Jm)}$$

$$= \left[\sum_{m=0}^{N} \binom{N}{m} e^{-\beta(-NJ + 2mJ)} + \sum_{m=0}^{N} \binom{N}{m} e^{-\beta(-NJ+2mJ)} (-1)^m \right] / 2$$

$$= \tfrac{1}{2} e^{\beta J N} \left((1 + e^{-2\beta J})^N + (1 - e^{-2\beta J})^N \right)$$

Notemos que $|1 - e^{2\beta J}| < 1$, por lo que el límite termodinámico

$$Z \approx \tfrac{1}{2} e^{\beta J N} (1 + e^{-2\beta J})^N = \tfrac{1}{2} (e^{\beta J} + e^{-\beta J})^N = \tfrac{1}{2} (2\cosh(\beta J))^N \approx (2\cosh(\beta J))^N$$

En la parte b, usamos la matriz de transferencia, y el resultado fue

$$Z \approx \lambda_+^N = [e^{\beta J} \cosh(\beta b) + \sqrt{e^{2\beta J} \cosh^2(\beta b) - 2\,\mathrm{senh}(2\beta J)}\ ]^N$$

$$= [e^{\beta J} \cosh(\beta b) + \sqrt{e^{2\beta J} \mathrm{senh}^2(\beta b) + e^{-2\beta J}}\ ]^N$$

Si hacemos $b \to 0$

$$Z \to [2\cosh(\beta J)]^N$$ //