

FI4004-1 Electrodinámica

Profesora: Daniela Mancilla

Auxiliar: Benjamín Pérez Ayudante: Lucas González



Guía de Radiación (Tarea #9: P3 y P4)

Fecha de entrega: 22 de diciembre de 2019

P1. Dos cargas iguales y opuestas están unidas a los extremos de una barra de longitud s . La varilla gira en sentido anti-horario en el plano x - y con velocidad angular $\omega = ck$. El momento dipolar eléctrico del sistema en $t = 0$ tiene el valor $\vec{p}_0 = qs\hat{x}$.

(a) Muestre que el campo eléctrico en la zona de radiación es

$$E_{rad}(r, \theta, \phi, t) = \frac{k^2 p_0}{4\pi\epsilon_0} (\cos\theta\hat{\theta} + i\hat{\phi}) \frac{e^{i(kr - \omega t + \phi)}}{r}.$$

Explique por qué el ángulo azimutal del observador ϕ aparece en la fase.

(b) Escriba el campo eléctrico (real) en los ejes positivo x , y y z . Identifique el estado de polarización observado en cada caso y determine un argumento físico de por qué podría esperarse cada uno de ellos.

(c) Encuentre la tasa promediada en el tiempo de la energía irradiada, por unidad de ángulo sólido, y la tasa total a la que se irradia energía al infinito. ¿A qué orden multipolar corresponde?

P2. Un cable muy largo (infinito) con un área de sección transversal muy pequeña A coincide con el eje z . El cable lleva una corriente $I(t) = Ie^{-i\omega t}$.

(a) Use el vector de Poynting para determinar la dependencia de los campos de radiación en la variable ρ (coordenadas cilíndricas) que mide la distancia perpendicular al cable.

(b) El campo magnético de radiación de un dipolo eléctrico $p(t)$ dependiente del tiempo (en el origen) es

$$cB_{rad}(r, t) = -\frac{\mu_0 \hat{r}}{4\pi r} \times \frac{d^2 \vec{p}(t - r/c)}{dt^2}.$$

Explique por qué el campo magnético de radiación del cable puede considerarse como una superposición de campos como el de arriba.

(c) Realice la superposición y confirme la respuesta que obtuvo en la parte (a). Simplifique la integral que obtiene suponiendo que $z \ll \rho$ (incluso si parece no estar justificada) y luego justifique la aproximación.

P3. Considere la antena armónica en el tiempo con una corriente impuesta $I(z) = I_0 \sin(kd - k|z|)$.

(a) Evalúe la distribución angular de potencia promediada en el tiempo en el límite cuando la longitud de onda de radiación es muy grande en comparación con la longitud de la antena. Dicha antena se llama eléctricamente corta.

(b) Calcule el momento exacto del dipolo eléctrico de la antena. Tome el límite de longitud de onda larga y use este momento para evaluar la distribución angular de potencia promediada en el tiempo irradiada por un dipolo eléctrico puntual. Compare con la parte (a).

P4. Una partícula de carga $-e$ y masa m gira alrededor de otra mucho más pesada de carga Q . El radio de la órbita circular es inicialmente R .

a) Estimar el tiempo que tarda la partícula en caer al centro de la órbita debido a la pérdida de energía por radiación.

b) Calcular el número de vueltas que realiza antes de caer.

P5. Demuestre mediante integración directa (en el marco del laboratorio) que el campo eléctrico de una carga puntual q que se mueve con velocidad constante v en la dirección x satisface la ley de Gauss en forma integral.

P6. N partículas puntuales idénticas, cada una con carga q , se mueven en un círculo de radio a . Cada partícula se mueve con la misma velocidad constante v alrededor del anillo. Muestre que el campo eléctrico Liénard-Wiechert es estático en todas partes en el eje de simetría.

P7. Para todos los sistemas que se enumeran más abajo.

I) Calcule los campos de radiación \vec{E} y \vec{B} hasta orden dipolar magnético y cuadrupolar eléctrico. Grafique cualitativamente \vec{E} y \vec{B} sobre la superficie de una esfera.

II) Calcule la potencia por unidad de ángulo sólido y grafique su promedio temporal en función de la dirección.

III) Calcule la potencia total emitida en todas las direcciones y su promedio temporal.

IV) Indique la frecuencia angular de la radiación emitida.

(a) Una carga q que gira en una órbita circular de radio a y frecuencia angular ω .

(b) Dos cargas q y $-q$ que giran en el plano xy con frecuencia angular ω , separadas una distancia d .

(c) Ídem al anterior pero ahora para dos cargas iguales de valor q .

(d) Un anillo circular cuyo radio es una función del tiempo $a(t) = r_0 \cos^2(\omega t)$. El anillo tiene carga q distribuida uniformemente.

(e) Un dipolo magnético \vec{m} que rota con rapidez angular ω . El ángulo entre \vec{m} y $\vec{\omega}$ es α .