

FI4004-1 Electrodinámica

Profesora: Daniela Mancilla

Auxiliar: Benjamín Pérez Ayudante: Lucas González



## Tarea #7: Ondas electromagnéticas

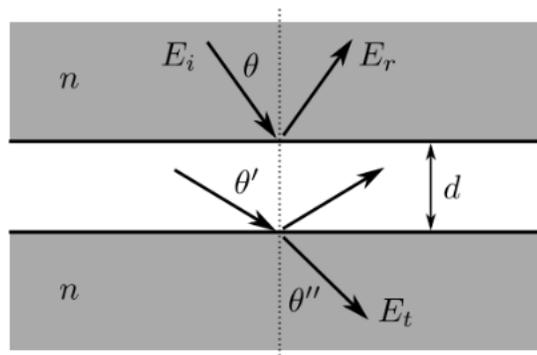
Fecha de entrega: 14 de octubre de 2019

**P1.** Considere el problema de dos interfaces, donde el primer y el tercer medio tienen índice de refracción  $n > 1$  (dieléctrico) y el medio central tiene índice de refracción  $n' = 1$  (vacío). En todo el espacio considere que  $\mu = \mu_0$ . Suponga que la onda incidente es de tipo  $TE$  y que incide con un ángulo  $\theta$  mayor (pero no muy próximo) al ángulo crítico entre el dieléctrico y el vacío. Notar que la figura es representativa: el vector de onda en la capa intermedia va tener parte real e imaginaria, y el ángulo  $\theta'$  no puede en realidad dibujarse.

- ¿Cuánto vale  $\theta''$ ?
- Determine la amplitud de la onda reflejada en el primer medio y la de la onda transmitida en el tercero.
- Verifique que para  $d = 0$  y  $d \rightarrow \infty$  se recuperan los resultados previsibles. ¿Cuál es la escala de longitud con la que debe compararse  $d$  para saber si el problema puede aproximarse por alguno de esos dos casos?

*Propuestos: (no se evalúa en la tarea)*

- Determine el comportamiento de la amplitud de la onda transmitida cuando  $d$  es próximo a cero y cuando  $d \rightarrow \infty$ . Es decir, diga cómo tiende la amplitud a los valores límites del ítem anterior.
- Usando esas expresiones, encuentre en cada caso el valor medio de la componente normal del vector de Poynting en el tercer medio.



**P2.** Considere dos planos infinitos ubicados uno frente al otro a una distancia  $L$ , uno en  $y = 0$  y el otro en  $y = L$ . Considere que ambos son conductores perfectos.

- Estudie la propagación de las ondas electromagnéticas en la dirección paralela a estos planos, en la dirección  $\hat{z}$ . ¿Qué forma debería uno asumir que la onda tendrá? ¿Qué condiciones de borde debe satisfacer esta onda?
- Ahora suponga que  $\vec{H} = H(y, z)\hat{x}$ . Al satisfacer las condiciones de borde y las ecuaciones de Maxwell se resuelve la forma general de  $\vec{H}$ . ¿Cuál es la frecuencia más baja que se propagará entre estas placas?

**P3.** Un medio quiral tiene asociado un sentido de giro impuesto por su estructura microscópica. Para un medio quiral isótropo las ecuaciones constitutivas en el dominio temporal y en la representación de Tellegen (EH) son

$$\vec{D} = \epsilon(\vec{E} + \beta\vec{\nabla} \times \vec{E}) \quad \vec{B} = \mu(\vec{H} + \beta\vec{\nabla} \times \vec{H}),$$

(ecuaciones de Drude-Born-Fedorov) donde para  $\beta = 0$  se tiene un dieléctrico aquiral.

- Desacople las ecuaciones de Maxwell y demuestre que todos los campos satisfacen la misma ecuación de onda

$$\nabla^2 \vec{E} + 2\beta\gamma^2 \vec{\nabla} \times \vec{E} + \gamma^2 \vec{E} = 0,$$

donde  $\gamma^2 = k_a^2/(1 - k_a^2\beta^2)$ , con  $k_a = \omega\sqrt{\epsilon\mu}$ .

- Proyectando  $\vec{E}$  en la base de ondas planas  $\{e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}\}$  demuestre que cada elemento de la base satisface la siguiente ecuación vectorial

$$k^2 \vec{E} + 2i\beta\gamma^2 \vec{k} \times \vec{E} + \gamma^2 \vec{E} = 0.$$

Notar que cuando antes consideramos ondas planas en distintos medios, en realidad lo hacíamos para no hablar de bases ni proyecciones, pero en realidad es lo mismo. Ahora tenemos que encontrar las propiedades de estos elementos de la base, que serían los modos propagantes del medio quiral.

- Verifique que los campos de la base son transversales y proyecte las direcciones de los campos en dos direcciones ortogonales del plano transversal. Obtendrá una ecuación de autovalores para la ecuación de dispersión, cuyos autovectores serán los elementos de la base.

*Propuestos: (no se evalúa en la tarea)*

- Demuestre que la la relación de dispersión tiene dos ramas y que los modos de propagación en el medio quiral están circularmente polarizados en sentidos contrarios. Encuentre la velocidad de fase y el índice de refracción para cada modo.
- Encuentre el flujo de potencia asociado a cada modo y observe que bajo ciertas circunstancias puede haber flujo de potencia en dirección opuesta a la dirección de propagación.