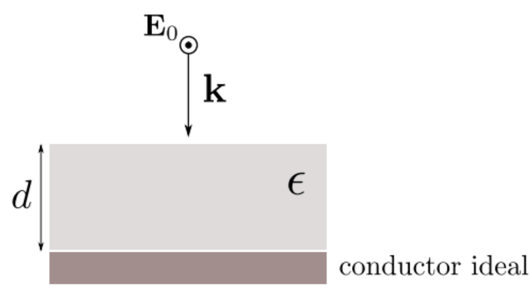
FI4004-1 Electrodinámica
Profesora: Daniela Mancilla
Auxiliar: Benjamín Pérez **Ayudante:** Lucas González

Tarea #6: Ondas electromagnéticas

Fecha de entrega: 7 de octubre de 2019

P1. Una onda plana linealmente polarizada incide en forma normal sobre la superficie de un espejo. El espejo está formado por una lámina dieléctrica de espesor d depositada sobre un conductor ideal. El dieléctrico está caracterizado por $\mu = \mu_0$ y permitividad ϵ. Plantee las condiciones de borde y resuelva los campos en todo el espacio.



P2. Las propiedades ópticas de una clase notable de materiales llamados aislantes topológicos (TI) son capturados por relaciones constitutivas que involucran la constante de estructura fina, $\alpha = e^2/(4\pi\epsilon_0\hbar c)$. Con $\alpha_0 = \alpha\sqrt{\epsilon_0/\mu_0}$, las relaciones son

$$\vec{D} = \epsilon\vec{E} - \alpha_0\vec{B} \quad \text{y} \quad \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu} + \alpha_0\vec{E}.$$

a) Utilice las ecuaciones de Maxwell en la materia sin cargas ni corrientes libres. Demuestre que una onda plana monocromática de $(\vec{E}, \vec{B})$ es una solución de estas ecuaciones para un TI y encuentre la velocidad de la onda.

b) Una onda plana con polarización lineal incide con una incidencia normal en la superficie plana de un TI. Demuestre que la onda transmitida permanece polarizada linealmente con su campo eléctrico rotado en un ángulo θ_F. Esto se denomina rotación de Faraday del plano de polarización.

c) Demuestre que la onda reflejada permanece polarizada linealmente con su campo eléctrico rotado en un ángulo θ_K. Esto se denomina rotación de Kerr del plano de polarización.

P3. Considere la interfaz entre un medio conductor con otro medio no conductor, donde $\hat{n}$ es la normal apuntando hacia afuera del conductor. Comience asumiendo que fuera del conductor existen campos E_n y H_t (normal (o perpendicular) y tangencial (o paralelo) a la interfaz, respectivamente), obtenidos a partir de la aproximación de conductor perfecto. Los campos oscilan con frecuencia ω.

a) Muestre que si el conductor no es perfecto (conductividad finita g), la ley de Ohm $\vec{J} = g\vec{E}$ implica que no puede haber una corriente superficial como la sugerida por las condiciones de borde tradicionales del conductor perfecto.

b) Asuma que se trata de un buen conductor (no perfecto), y que por ende existen campos $\vec{E}_c$ y $\vec{H}_c$ en una delgada capa ubicada en la superficie del conductor. Muestre que el campo $\vec{H}_c$ satisface

$$\frac{\partial^2}{\partial \xi^2}(\hat{n} \times \vec{H}_c) + \frac{2i}{\delta^2}(\hat{n} \times \vec{H}_c) = 0$$
$$\hat{n} \cdot \vec{H}_c \approx 0$$

Con ξ la coordenada normal a la superficie (crece hacia el interior del conductor), y $\delta = \sqrt{\frac{2}{\mu\omega g}}$ la longitud de penetración.

c) Resuelva la ecuación anterior para encontrar los campos al interior del conductor, en términos de H_t.

d) Utilice la condiciones de borde para mostrar que existe un campo eléctrico tangencial a la superficie, justo afuera del conductor. La existencia de este campo, además de los originalmente considerados implica que el conductor absorbe una potencia por unidad de área. Calcúlela como

$$\frac{dP}{dA} = -\frac{1}{2}Re(\hat{n} \cdot (\vec{E} \times \vec{H}^*)).$$

e) Usando la ley de Ohm, se puede calcular la potencia disipada por unidad de volumen, producto del movimiento de cargas en el conductor como $P = \frac{1}{2}\vec{J} \cdot \vec{E}^*$. Compare con el resultado de la parte *d)*.