FI4004-1 Electrodinámica
Profesora: Daniela Mancilla
Auxiliar: Benjamín Pérez **Ayudante:** Lucas González

Control #1

14 de septiembre de 2019, duración: 3 horas

P1. Considere una esfera conductora de radio R que está conectada a tierra. A una distancia d su centro ($d > R$), hay una carga puntual q.

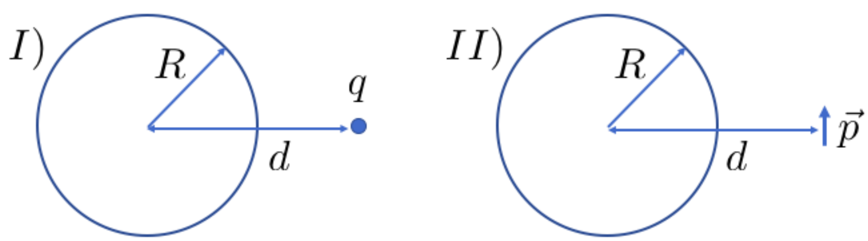
a) Calcule la carga imagen y la ubicación de la misma. (2 ptos.)

Considere que ahora que frente a la la misma esfera conductora conectada a tierra, a una distancia d de su centro ($d > a$), hay un dipolo puntual $\vec{p}$ orientado paralelamente a la superficie de la esfera. Considere que se puede modelar el dipolo eléctrico cono un sistema formado por dos cargas, una positiva $+q$ y otra negativa $-q$ del mismo valor, separadas una distancia ℓ, tal que la magnitud del dipolo es $p = q\ell$.

b) Calcule las cargas imágenes asociadas al dipolo y las ubicaciones de las mismas. (2 ptos.)

c) Calcule el momento dipolar asociado a las cargas imágenes en función de p. (1 pto.)

d) En términos de la carga y el momento dipolar total de las cargas fuentes e imágenes, ¿cómo se comporta el potencial a grandes distancias? (1 pto.)



P2. Un campo magnético externo uniforme $\vec{B}_{\text{ext}} = B_0\hat{x}$ es aplicado a un cascarón cilíndrico infinito, de radio interno a y radio externo b. Este cascarón cilíndrico es de un material magnético de permeabilidad μ. El resto del espacio es vacío.

a) Considerando justificaciones de simetría, y utilizando coordenadas cilíndricas, discuta de qué variables depende el potencial escalar magnético Φ_m. Determine y justifique la ecuación que debe satisfacer el potencial Φ_m. (1 pto.)

b) Muestre que la solución más general posible es de la forma

$$\Phi_m = A_0 + B_0 \ln(r) + \sum_{n=1}^{\infty} [A_n r^n + B_n r^{-n}][C_n \cos(n\theta) + D_n \sin(n\theta)]. \quad \text{(1 pto.)}$$

c) Determine las condiciones de borde que debe satisfacer el potencial en $r = a$, en $r = b$, en el origen, y en infinito. (2 ptos.)

d) Demuestre que el campo magnético al interior del cascarón (para $r < a$) es uniforme y es apantallado tal que

$$\vec{B}_{\text{in}} = \frac{4\mu\mu_0 b^2}{(\mu+\mu_0)^2 b^2 - (\mu-\mu_0)^2 a^2}\vec{B}_{\text{ext}}. \qquad \text{(2 ptos.)}$$

P3. Considere un imán de masa M y momento dipolar $\vec{m} = m_0\hat{z}$, que está obligado a moverse a lo largo del eje vertical de un anillo conductor fijo de radio a, resistencia R y autoinductancia L. El momento dipolar del imán también está limitado a ser vertical, paralelo al eje del anillo. El imán se libera del reposo en $t = 0$, y cae bajo la gravedad hacia el anillo.

a) Calcule el campo magnético generado por un anillo, por el cual circula una corriente I, a lo largo de su eje. (1 pto.)

b) Demuestre que la fuerza que experimenta un dipolo magnético en presencia de un campo magnético externo está dado por $\vec{F} = (\vec{m}\cdot\nabla)\vec{B}_{\text{ext}}$. Determine la ecuación de movimiento para el imán que cae. (1 pto.)

c) Si el campo magnético producido por un dipolo magnético $\vec{m}$ es

$$\vec{B}_{\text{dip}} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{3(\vec{m}\cdot\vec{r})\vec{r} - r^2\vec{m}}{r^5},$$

calcule el flujo magnético a través del anillo. (1 pto.)

d) Determine la ecuación para la evolución temporal de la corriente inducida en el anillo. (1 pto.)

e) Demuestre que

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Mv^2 + Mgz + \frac{1}{2}LI^2\right) = -IR^2,$$

donde v es la rapidez del imán, z es la altura del imán, y la cantidad I es la corriente inducida en el anillo. Discuta este resultado. (2 ptos.)

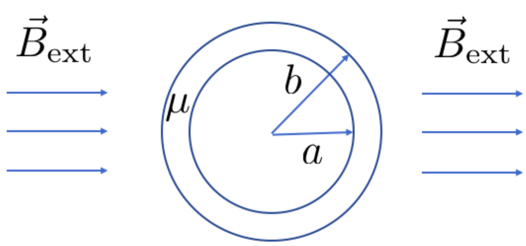


Figura P2

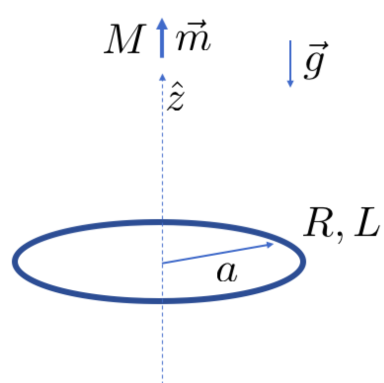


Figura P3