Auxiliar # 1

Fundamentos Matemáticos

Auxiliar: Cristóbal Zenteno

22/08/2019

Problema 1: [Coordenadas Parabólicas]

Tenemos un sistema con coordenadas hiperbólicas (u, v) definidas como:

$$x^1 = x = \frac{1}{2}(u^2 - v^2)$$

$$x^2 = y = uv$$

Donde (x,y) son coordenadas cartesianas con métrica $g_{ij} = \delta_{ij}$

a) Encontrar la matriz de transformación $L^i_{j'}$ en términos de u y v, además calcular la transformación inversa.

b) Encontrar la base coordenada $\hat{e}_{i'}$ en términos de la base original $(\hat{x}, \hat{y})$.

c) Calcular los elementos de la métrica transformada $g_{i'j'}$.

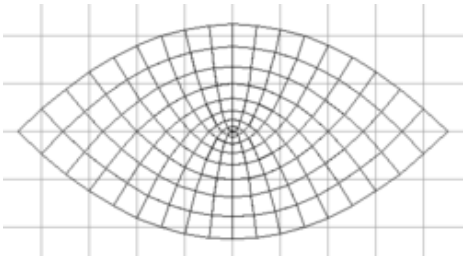

Figura 1: Coordenadas Parabólicas

Problema 2: [Tensores Antisimétricos]

Considere un tensor antisimétrico F_{ij} arbitrario. Sin perdida de generalidad, este tensor puede escribirse como $F_{ij} = \epsilon_{ijk}B^k$, donde B_k consiste en tres coeficientes determinando los valores del tensor.

a) Determinar como transforma F_{ij} si se le aplica una transformación de la forma $L^i_{j'}$

b) ¿Qué ocurre si esa transformación es una rotación? ¿Y en el caso que fuera una inversión?

Problema 3: [Transformaciones hiperbólicas]

En un espacio de 2 dimensiones tenemos dos vectores unitarios que cumplen las siguientes reglas del producto interno:

$\mathrm{g}(\hat{e}_1, \hat{e}_1) = 1 \quad g(\hat{e}_2, \hat{e}_2) = -1 \quad g(\hat{e}_1, \hat{e}_2) = 0$

a) Encontrar una transformación $L^i_{j'}$ que mantenga invariante esta métrica.

b) En la parte anterior llegamos a varias matrices de transformación, clasificarlas en propias e impropias y estudiar que significan, ¿Podemos crear una transformación impropia a partir de una propia?.

c) Graficar los nuevos vectores unitarios bajo una transformación propia y estudiar su ortogonalidad.