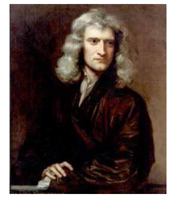
FISICA
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE



Profesor Nelson Zamorano
Ayudantes
Prof. Aux. Gabriel Aguayo
Leslie Cancino
Sebastián Vargas

FI1100-6 INTRODUCCIÓN A LA FÍSICA MODERNA

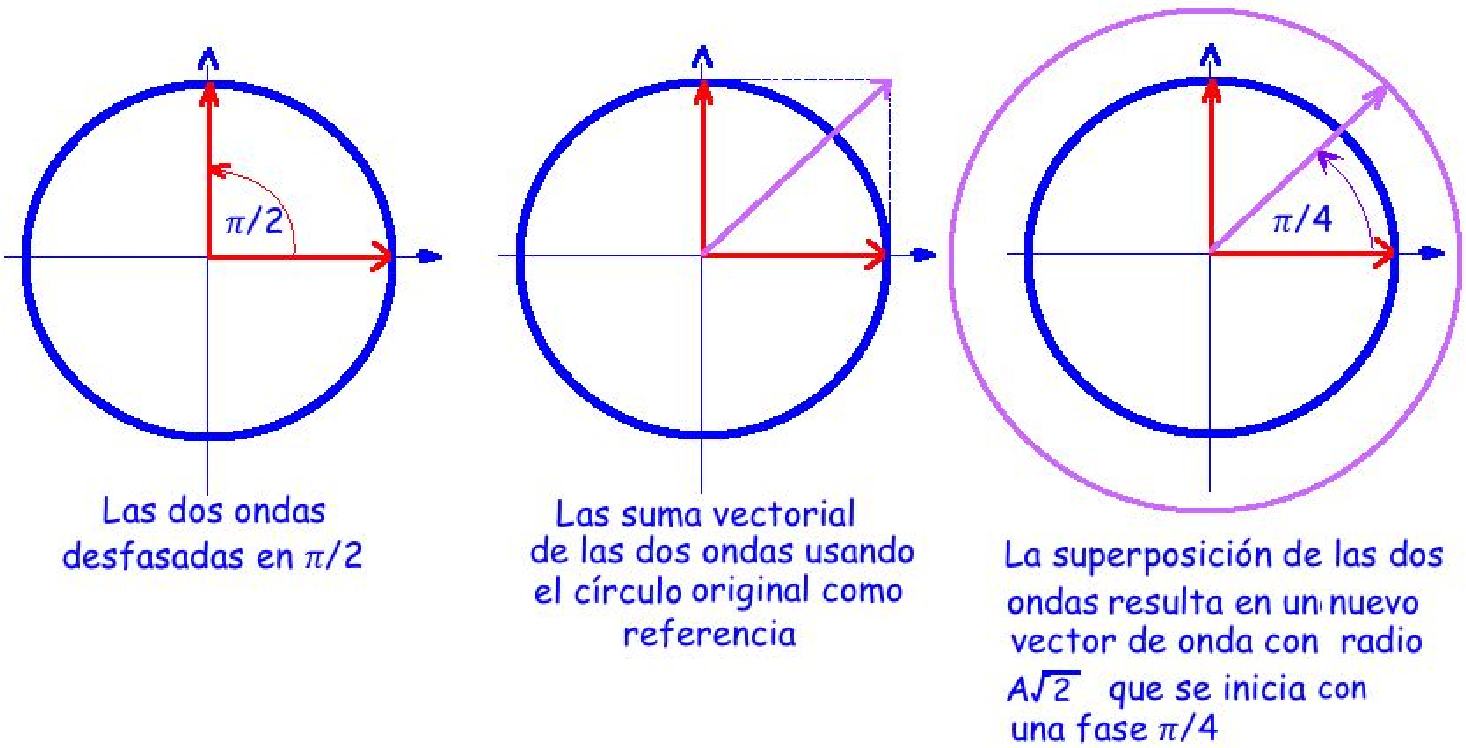
PRACTICO # 3 Duración: 20 minutos

PROBLEMA # 1

Dos ondas viajeras **idénticas** se mueven en la misma dirección y sentido, con la misma Amplitud pero tienen una diferencia de fase igual $\pi/2$.

¿Cuál es la amplitud resultante en función de la amplitud común a las dos ondas?

SOLUCIÓN GEOMÉTRICA



La expresión de la onda resultante obtenida por inspección de la figura de la derecha (la proyección del vector de onda sobre el eje-x) es:

$$y(x,t) = A\sqrt{2}\cos\left[\frac{2\pi}{T}t + \frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{\pi}{4}\right] = A\sqrt{2}\cos\left[\omega t + kx - \frac{\pi}{4}\right].$$

la solución usando trigonometría está detallada a continuación.

Solución c/ TRIGONOMETRIA

2

PRIMERO ALGUNAS FÓRMULAS ÚTILES

$$\rightarrow \quad \cos^2\alpha = \frac{1+\cos 2\alpha}{2}, \quad \operatorname{sen}^2\alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{2} \quad (**)$$

$$\rightarrow \operatorname{sen}(\alpha+\beta) = \operatorname{sen}\alpha\cos\beta + \cos\alpha\operatorname{sen}\beta$$

$$\rightarrow \cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \operatorname{sen}\alpha\operatorname{sen}\beta \quad (*)$$

(si cambiamos $\beta \rightarrow (-\beta)$, sólo debemos recordar que $\operatorname{sen}(-\beta) = -\operatorname{sen}\beta$, $\cos(-\beta) = \cos\beta$).

LA FÓRMULA QUE ME RECORDARON HOY en CLASES:

$$\cos 2\beta + \cos 2\alpha = 2\cos(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta)$$

Demostración

(*) producto de suma por Diferencia

$$\cos(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta) = \cos^2\alpha\cos^2\beta - \operatorname{sen}^2\alpha\operatorname{sen}^2\beta$$

$$\hookrightarrow = \cancel{\cos^2\alpha\cos^2\beta} - (1-\cos^2\alpha)(1-\cos^2\beta)$$

$$= \underbrace{-1+\cos^2\alpha}_{} + \cos^2\beta$$

$$= \cos^2\beta - \operatorname{sen}^2\alpha \underset{(**)}{=} \frac{1+\cos 2\beta}{2} - \frac{1-\cos 2\alpha}{2}$$

$$\boxed{\cos(\alpha+\beta)\cos(\alpha-\beta) = \frac{1}{2}(\cos 2\beta + \cos 2\alpha)} \checkmark\checkmark$$

APLICACIÓN A NUESTRO PROBLEMA de

Defino $2\beta \equiv (kx - \omega t)$, $2\alpha = (kx - \omega t) + \pi/2$

Esto corresponde

$$y(x,t) = A\left\{\cos(kx - \omega t) + \cos\left[(kx - \omega t) + \pi/2\right]\right\}$$

por la igualdad Trigonométrica

$$y(x,t) = 2A\left\{\cos\underbrace{\left[\frac{(kx - \omega t) + \pi/2}{2} + \frac{(kx - \omega t)}{2}\right]}_{\alpha+\beta} \cdot\right.$$

$$\left.\cdot \cos\left[\frac{(kx - \omega t) + \pi/2}{2} - \frac{(kx - \omega t)}{2}\right]\right\}$$

$$y(x,t) = 2A\left\{\cos\left[(kx - \omega t) + \pi/4\right] \cdot \cos\frac{\pi}{4}\right\}$$

$$= \left(2A\cos\pi/4\right)\cos\left[(kx - \omega t) + \pi/4\right]$$

$$\boxed{y(x,t) = \left(A \cdot \sqrt{2}\right)\cos\left[(kx - \omega t) + \pi/4\right]}$$