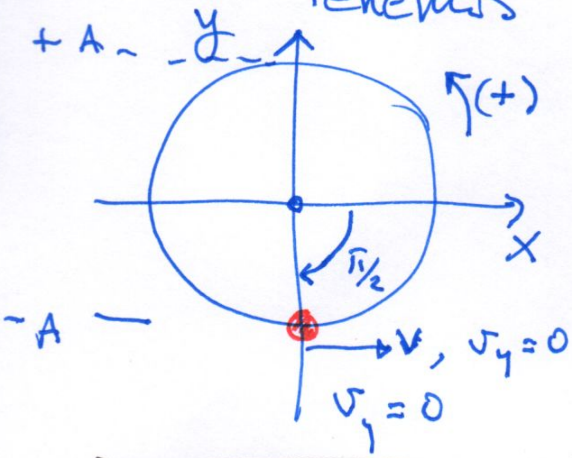
Sol. PRÁCTICO # 2

a:- TOMANDO COMO REFERENCIA EL CÍRCULO

Tenemos $\left(\omega \equiv \frac{2\pi}{T}\right)$



$$y_1 = A\,\text{sen}(\omega \cdot 0 + \phi_1) = -A$$

$$= A\,\text{sen}\,\phi_1 = -A \quad (*)$$

Elijo como referencia para la fase el eje-x del círculo. Puedo elegir cualquier eje o línea que yo trace.

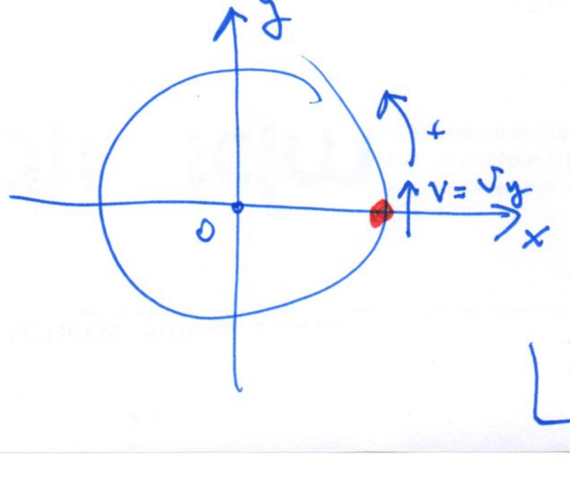
NOTA: TOMO el sentido de las manecillas del reloj COMO POSITIVO

SÓLO DEBO SER CONSISTENTE DURANTE TODA LA APLICACIÓN.

de (*) $\Rightarrow$ $\text{sen}\,\phi_1 = -1 \Rightarrow \boxed{\phi_1 = -\frac{\pi}{2}}$

$$\boxed{y_1 = A\,\text{sen}\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)}$$

Para el segundo oscilador en $t = 0$

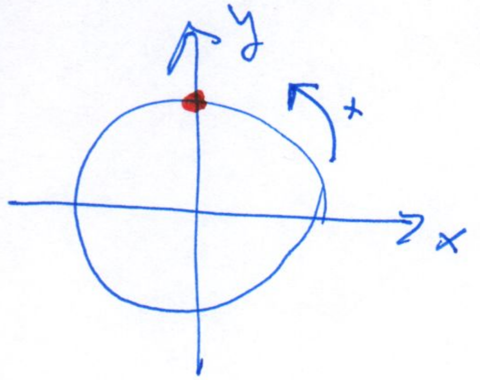


$$y_2 = A\,\text{sen}(\omega \cdot 0 + \phi_2) = 0$$

$$= A\,\text{sen}\,\phi_2 = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\phi_2 = 0}$$

$$\boxed{y_2 = A\,\text{sen}\,\omega t}$$



Para el TERCER OSCILADOR

$$y_3 = A \,\mathrm{sen}(\omega \cdot 0 + \phi_3) = +A$$

$$= A \,\mathrm{sen}\,\phi_3 = +A \;, \; \boxed{\phi_3 = +\pi/2}$$

$$\boxed{y_3 = A \,\mathrm{sen}(\omega t + \pi/2)}$$

⋮

Con esto ya tenemos la regla para construir los ϕ_n:

$$\boxed{\phi_n = \phi_{n-1} + \pi/2}$$

$$\boxed{\phi_n = (n-1)\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = n\frac{\pi}{2} - \pi \,.}$$

b: Basta observar que el 5º oscilador es siempre similar en posición y velocidad al primero.

$$\Rightarrow \boxed{\lambda = 4a} \,. \quad \lambda \equiv \text{longitud de onda.}$$

c: El primer oscilador (y cualquier otro) evoluciona $\left(\frac{T}{4}\right)$ desde la primera foto a la segunda. LUEGO, $\boxed{\Delta t = \frac{T}{4}}$.

d.- Partiendo con

$$\phi_n = (n-1)\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2}$$

en $y_n(t,x) = A \operatorname{sen}(\omega t + \phi_n)$

Por ejplo tomemos $n = 3$, corresponde al tercer oscilador, su posición es $x = 2a$

$$\phi_n = (n-1)\cdot\frac{a}{a}\cdot\frac{\pi}{2} \overset{-\pi/2}{\vee} = (n-1)\,a\cdot\frac{\pi}{2a} \overset{-\pi/2}{\vee} = x_n\cdot\frac{\pi}{2\left(\frac{\lambda}{4}\right)} \overset{-\pi/2}{\vee}$$

Introducimos un 1

$$\boxed{\phi_n = x_n\,\frac{2\pi}{\lambda} - \frac{\pi}{2}}$$

como generalizamos a una variable x continua, tenemos

$$\phi = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)\cdot x - \pi/2$$

$$\Rightarrow \boxed{y(t,x) = A \operatorname{sen}\left[\left(\frac{2\pi}{T}\right)t + \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)\cdot x - \frac{\pi}{2}\right]}$$

Verifiquemos que funciona

$x = 0,\ t = 0$

$$y(0,0) = A\,\mathrm{sen}\left[\frac{2\pi}{T}\cdot 0 + \frac{2\pi}{\lambda}\cdot 0 - \frac{\pi}{2}\right]$$

✓✓

$$y(t=0, x=2a) = A\,\mathrm{sen}\left[\frac{2\pi}{T}\cdot 0 + \frac{2a}{4a}\cdot 2\pi - \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\hookrightarrow = A\,\mathrm{sen}\left[\frac{2\pi}{T}\cdot 0 + \pi - \frac{\pi}{2}\right]$$

$$= A\,\mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right)\quad ✓✓$$

Definimos $\quad k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$

$$y = A\,\mathrm{sen}\left(\omega t + kx - \frac{\pi}{2}\right)$$

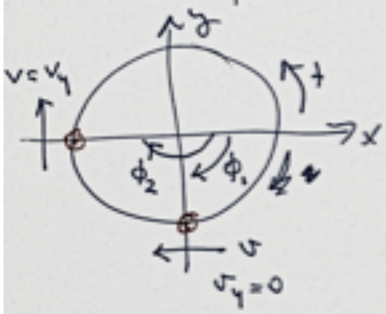
velocidad de la onda: $\quad \omega t + kx - \frac{\pi}{2} = C^{te}$

$\left(y(x,t) = y(x+\Delta x, t+\Delta t)\right)$

$$\omega\,\Delta t + k\,\Delta x = 0 \implies \boxed{\frac{\Delta x}{\Delta t} \equiv vel = -\frac{\lambda}{T}}$$

ONDA VIAJA HACIA LA IZQUIERDA.

Qué ocurre si decidimos ~~para~~ considerar el sentido opuesto como positivo en la circunferencia de Referencia.



$$y_1 = A\,\text{sen}\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -A \quad \boxed{\phi_1 = -\pi/2}$$

$$y_2 = A\,\text{sen}\,(0 + \phi_2) = 0$$

$$= A\,\text{sen}\,\phi_2 = 0 \Rightarrow \boxed{\phi_2 = -\pi}$$

$$y_3 = A\,\text{sen}\,(0 + \phi_3) = \boxed{\phi_3 = -\frac{3\pi}{2}}$$

$$y_n = A\,\text{sen}(0 + \phi_n) \qquad \boxed{\phi_n = -\frac{n\pi}{2}}$$

$$\boxed{y_n = A\,\text{sen}\left(\omega t - n\frac{\pi}{2}\right)}$$

En el Lenguaje de $\phi_n \to x$, tenemos

$$\phi_n = -n\frac{\pi}{2} = -(n-1)\frac{a}{a}\cdot\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = -\frac{2\pi}{\lambda}\cdot x - \frac{\pi}{2}$$

De modo que

$$\boxed{y(x,t) = A\,\text{sen}\left(\omega t - kx - \pi/2\right)}$$

Coincide con las condiciones ~~de Borde~~ Iniciales en $t=0$ y la VELOCIDAD: $\boxed{v = +\frac{\lambda}{T}}$

VIAJA HACIA LA DERECHA!