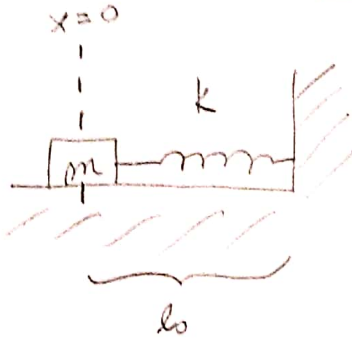
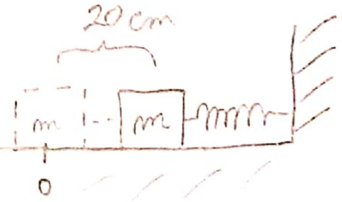
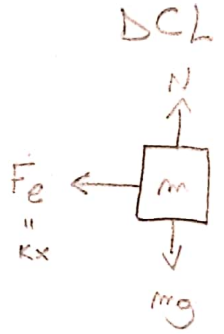
Ejercicio 1



$\Rightarrow$





con $m = 500\,g = 0{,}5\,Kg$
$K = 12{,}5\ N/m$

a) La ecuación de movimiento del sistema es la del osc. armónico

$$m\ddot{x} = -Kx \Rightarrow \ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \ , \text{ con } \ \omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{12{,}5}{0{,}5}} = \underbrace{\sqrt{25}}_{5\ \frac{rad}{s}}$$

y dada la relación $\omega_0 T = 2\pi \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega_0} = \boxed{\frac{2\pi}{5}\,s} \rightarrow$ Período de oscilación

b) Para dibujar el gráfico, reconocemos que la amplitud máxima de oscilación será 0,2 m (debido a la ausencia de roce), más formal:

$\Rightarrow \tilde{x}(t) = Ae^{i(\omega_0 t+\delta)}$, con condiciones iniciales $x(0) = 0{,}2\,m$

y $\dot{\tilde{x}}(t) = i\omega_0 Ae^{i(\omega_0 t+\delta)}$ y $V(0) = 0\ m/s$

$\Rightarrow \tilde{x}(0) = Ae^{i\delta}$ y $\dot{\tilde{x}}(0) = i\omega_0 Ae^{i\delta}$ ojo: $\left(e^{i\delta} = \cos\delta + i\,\mathrm{Sen}\,\delta\right)$

Pero debemos quedarnos con la parte real de la solución para igualarla a nuestras condiciones:

$Re(\tilde{x}(0)) = A\cos\delta = 0{,}2$ y $Re(\dot{\tilde{x}}(0)) = -\overset{\neq 0}{\omega_0 A}\,\mathrm{Sen}\,\delta = 0 \Rightarrow \mathrm{Sen}\,\delta = 0$

No puede ser cero o no habría movimiento.

$\delta = n\pi,\ n \in \mathbb{Z}$

Pero escogemos $n = 0$ por simplicidad

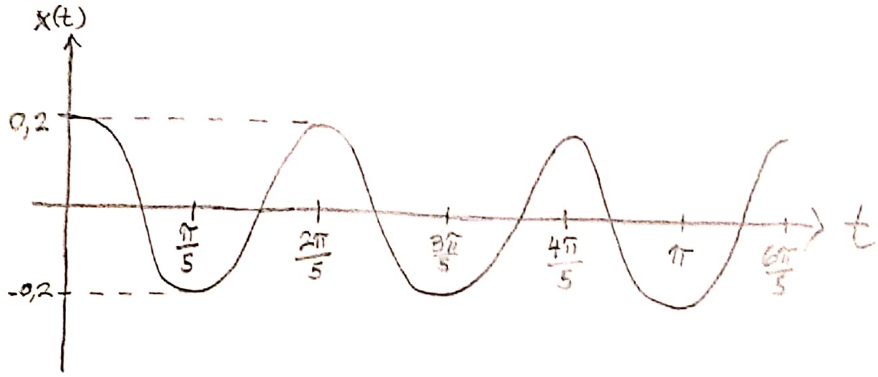
Entonces $\delta = 0 \Rightarrow \cos\delta = 1$ y de aquí que $A = 0{,}2\,m$

La solución será:

$$x(t) = A\cdot Re\left(e^{i\omega_0 t}\right) = A\cdot\cos(\omega_0 t) = 0{,}2\cdot\cos(5\cdot t)$$

Graficamos:

$T = \frac{2\pi}{5} \approx \frac{6,28}{5} = 1,26\ s$



c) Ya calculamos el valor de la fase:

$\operatorname{Sen}\delta = 0 \Rightarrow \boxed{\delta = 0}$

d) Para ver donde se ubica el bloque en un tiempo determinado, simplemente usamos nuestra solución evaluada en dicho tiempo:

$x(2) = 0,2\cdot \operatorname{Cos}(5\cdot 2) = 0,2\operatorname{Cos}(\underset{\text{radianes}}{10})$ y $1\ rad = 57,3° \ /\cdot 10$

$10\ rad = 573°$

De aquí que $573° = 360° + 213° \approx 360° + 180° + 30°$ (recordemos que $360° = 0°$)

$\Rightarrow \operatorname{Cos}(360° + [180° + 30°]) = \cancel{\operatorname{Cos}(360°)}^{1}\operatorname{Cos}(180°+30°) - \cancel{\operatorname{Sen}(360°)}^{0}\operatorname{Sen}(180°+30°)$

$= \operatorname{Cos}(180°+30°) = \cancel{\operatorname{Cos}(180°)}^{-1}\operatorname{Cos}(30°) - \cancel{\operatorname{Sen}(180°)}^{0}\operatorname{Sen}(30°)$

$= \operatorname{Cos}(30°) = \sqrt{3}/2.$

$\Rightarrow x(2) = \frac{\cancel{2}}{10}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}} = \boxed{\frac{\sqrt{3}}{10}\ m} \to$ ubicación del bloque en $t = 2s$.

e) Ya que $\dot{x}(t) = -A\omega_0 \operatorname{Sen}(\omega_0 t) = -\frac{2}{10}\cdot 5\operatorname{Sen}(5\cdot t) = -\operatorname{Sen}(5\cdot t)$

$\Rightarrow \dot{x}(2) = -\operatorname{Sen}(10)$

Y recordemos que $\operatorname{Sen}^2\alpha + \operatorname{Cos}^2\alpha = 1 \Rightarrow \operatorname{Sen}(10) = \sqrt{1 - \operatorname{Cos}^2(10)}$

$\Rightarrow \operatorname{Sen}(10) = \sqrt{1 - \frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = 1/2 \Rightarrow \boxed{\dot{x}(2) = -\frac{1}{2}\ m/s} \to$ Velocidad en $t = 2s$

f) Para despejar el tiempo, igualamos $x(t)$ a $0{,}1$ m

$\Rightarrow \quad 0{,}2 \cdot \cos(5 \cdot t) = 0{,}1 \Rightarrow \cos(5 \cdot t) = \frac{1}{2}$

y sabemos que $\cos(45^\circ) = \frac{1}{2}$ (Enunciado)

y $45^\circ = \frac{\pi}{4}$ radianes $\Rightarrow 5 \cdot t = \frac{\pi}{4} \Rightarrow t = \frac{\pi}{20} \approx \frac{3{,}14}{20} \approx \boxed{0{,}157\,s}$

Tiempo que tarda en pasar por $x = 10$ cm.