Universitat de les Illes Balears
Departament de Química

Nota: los valores de las constantes que puede necesitar para los cálculos están dados en la bibliografía de referencia

1. Complete la siguiente tabla ¿Qué información mínima se necesita para caracterizar completamente un átomo o un ión? (Observe que no pueden completarse todas las filas).

nombre	símbolo	nºprotones	nºelectrones	nºneutrones	nºmásico
Sodio	$^{23}_{11}\mathrm{Na}$	11	11	12	23
Silicio	$^{24}_{14}Si$	14	14	**14**	28
Rubidio(º)	$^{85}_{37}\mathrm{Rb}$	**37**	37	48	**85**
Potasio	$^{40}_{19}K$	19	19	21	40
(*)	(*)	(*)	**33**	**42**	(*)
Neón	$^{20}_{10}Ne^{+2}$	10	8	10	20
(**)	(**)	(**)	(**)	(**)	**80**
(**)	(**)	(**)	(**)	**126**	(**)

(º) Asumimos que el elemento está en estado neutro. Si no es así, no sabremos el número de electrones que tiene el ión.
(*)Puesto que no sabemos si el elemento está en estado iónico o no, conocer el número de electrones que tiene no nos aporta información sobre el elemento que es.
(**) Conocer sólo el número de neutrones que tiene el isótopo o conocer el número de protones más neutrones que tiene el isótopo, no da información sobre el elemento del que se trata.

2. El magnesio (Z= 12) se presenta en tres isótopos diferentes, uno de ellos tiene un número másico de 26.
   a) Escriba el símbolo completo del ión de este átomo que tiene una carga +2.

   $$^{26}_{12}Mg^{+2}$$

   b) ¿Cuántos protones tiene este ión?
   12
   c) ¿Cuántos neutrones?
   26-12 = 14
   d) ¿Cuántos electrones?
   Puesto que tiene carga +2 =protones-electrones;
   Tiene 10 electrones

   e) Si se mide la masa de este átomo en uma ¿Cuál sería su masa?

12 protones x masa del protón + 14 neutrones x masa del neutrón = masa de un átomo del isótopo
En la información que se aportó en las clases del capítulo 1, se indica cual es el valor de la masa del protón y el neutrón en uma

12 (1,0073) + 14 (1,0087) = 26,2094 uma, masa del isótopo

f) ¿Cuál sería su masa en gramos?
Teniendo en cuenta que: 1 uma = $1{,}661.10^{-24}$ g
26,2094 (uma). $1{,}661.10^{-24}$ (g/uma) = $43{,}53\ 10^{-24}$ g

g) ¿Cual sería la masa de un mol de este isótopo del elemento Mg?
26,21 g (el peso del átomo en uma, pero expresado en g)

Puede comprobarlo, multiplicando lo que pesa un átomo por el número de unidades que tiene un mol de átomos (el número de Avogadro) : $6{,}022.10^{23}$

3. En diversos espectros se han medio las longitudes de onda, λ, de las siguientes líneas: 0,62 Å; 2.560 Å; 5.890 Å; 10.350 Å; 3,86 μm; 0,563 cm. Calcúlese la frecuencia y el número de onda de cada una de ellas e indíquese la zona espectral a la que pertenecen.

Expresaremos todas las unidades en el Sistema Internacional, aunque podrían darse en otros sistemas de unidades.
La relación entre las magnitudes fundamentales de una onda es:

$c = \frac{\lambda}{\tau} = \lambda \upsilon$; Si $\nu = \frac{1}{\lambda}$ -> $\upsilon = c.\nu$

donde: c= velocidad de la luz en el vacío = $2{,}9979.10^8$ m/s
$\lambda =$ longitud de onda (m)
$\upsilon =$ frecuencia de la onda (s^{-1})
$\tau =$ Periodo (s)
$\nu =$ número de onda (m^{-1})

$\lambda(m)$	$\nu(m^{-1})$	$\upsilon(s^{-1})$	Zona espectral
$6{,}2.\ 10^{-11}$	$1{,}6.\ 10^{10}$	$4{,}8.10^{18}$	Rayos X duros
$2{,}56.\ 10^{-7}$	$3{,}91.\ 10^{6}$	$1{,}17.\ 10^{15}$	Ultravioleta
$5{,}89.\ 10^{-7}$	$1{,}70.\ 10^{6}$	$5{,}09.\ 10^{14}$	Visible
$1{,}035.\ 10^{-6}$	$9{,}662.\ 10^{5}$	$2{,}897.\ 10^{14}$	Infrarrojo
$3{,}86.\ 10^{-6}$	$2{,}59.\ 10^{5}$	$7{,}77.\ 10^{13}$	Infrarrojo
$5{,}63.\ 10^{-3}$	$1{,}78.\ 10^{2}$	$5{,}34.\ 10^{10}$	Microondas

4. Suponga que un ingeniero quiere diseñar un interruptor que trabaje mediante efecto fotoeléctrico. El metal que desea emplear en el dispositivo requiere $6{,}7.10^{-19}$ J/átomo para arrancar de él un electrón. Diga si el interruptor funcionará cuando choca con él luz de una longitud de onda igual o mayor de 540 nm.

La energía requerida para arrancar el electrón de la superficie metálica es el trabajo umbral: $6,7.10^{-19}$ J/átomo.

¿Qué frecuencia tendría la radiación capaz de aportar esa energía umbral?

$$E = h.\ \nu\ .;\ \ \nu = \frac{6,7.10^{-19}\ J}{6,625.10^{-34}\ J.s} = 1,0.10^{15}\ s^{-1}$$

Una radiación de mayor frecuencia que esta umbral calculada podrá arrancar un electrón, en caso contrario, no se producirá efecto fotoeléctrico.
$\lambda = 540.\ 10^{-9}$ m

$$\nu = c/\lambda = \frac{2,9979.10^{8}\ ms^{-1}}{540.10^{-9}\ m} = 5,6.10^{14}\ s^{-1}$$

frecuencia que es menor que la umbral, por tanto: **no se produce efecto fotoeléctrico.**

5. Cuando se ilumina Cs con luz visible de 4.500 Å se produce efecto fotoeléctrico y el potencial de frenado vale 0,871 V. ¿Se producirá efecto fotoeléctrico cuando se ilumine el material con luz de 7500 Å?

Seria necesario saber cual es la frecuencia umbral.
En el experimento, la energía cinética con la que sale el electrón de la superficie del material es igual al potencial de frenado por la carga del electrón.
Si V_f es el potencial de frenado y νo la frecuencia umbral y λo la frecuencia umbral
$h\nu = h\ \nu o + e.V_f$;

$$6,625.10^{-34}\ \frac{2,9979.10^{8}}{4500.10^{-10}} = 6,625.10^{-34}\ \frac{2,9979.10^{8}}{\lambda_o} + 1,6021.10^{-19}.0,871$$

$\lambda o = 6.600$ Å ; $\nu o = 4,6.10^{14}\ s^{-1}$
Por tanto si se ilumina la muestra con luz de 7500 Å **NO** se producirá efecto fotoeléctrico, ya que no tendrá energía suficiente para superar la energía umbral.

6. ¿Cuál es la energía en J de un fotón de todas las radiaciones electromagnéticas que aparecen en el problema 3? Exprese también esta energía en eV
La energía de un fotón es: h.ν ; h= $6,62607\ 10^{-34}$ J.s
Por otro lado tenga en cuenta los ejercicios del capítulo 0, en donde se demostró que:
13,6 e.V equivalían a $2,18.10^{-18}$ J;
Por tanto: 1 J = $6,24\ 10^{18}$ eV.

$\upsilon(s^{-1})$	E (J)	E(eV)

$4{,}8.10^{18}$	$3{,}0\ 10^{-15}$	$1{,}9.10^{3}$
$1{,}17.\ 10^{15}$	$7{,}75.10^{-19}$	4,84
$5{,}09.\ 10^{14}$	$3{,}37.10^{-19}$	2,10
$2{,}897.\ 10^{14}$	$1{,}920.10^{-19}$	1,198
$7{,}77.\ 10^{13}$	$5{,}15.10^{-20}$	0,321
$5{,}34.\ 10^{10}$	$3{,}54.10^{-23}$	$2{,}21.10^{-4}$

7. En qué regiones del espectro pueden registrarse las siguientes variaciones energéticas:
   100 cal/mol, correspondiente a un cambio de energía rotacional molecular
   2.000 cal/mol, correspondiente a un cambio de energía vibracional molecular
   40.000 cal/mol, correspondiente a un cambio en la energía electrónica molecular o atómica.

Para producir efectos en las moléculas y en los átomos que impliquen unos valores de energía como las que plantea el problema, es necesario que el fotón de luz que interacciona con la materia tenga esa energía. La energía de un fotón es igual a la constante de Planck por la frecuencia de la radiación

$E = h\upsilon$; h=6,625.10^{-34} J.s

Hay que tener en cuenta que cuando **un fotón** interacciona con la materia, interaccionará con **una molécula**. Si las magnitudes energéticas, como es este el caso, las tenemos expresadas en magnitudes **molares**, quiere decir que es la energía que se necesita para **1 mol** y que, por tanto para saber la energía por una molécula es necesario dividir por el número de Avogadro, N_A.

N_A =6,023.10^{23} mol^{-1}

Por tanto:

a) Para producir efectos que impliquen variaciones energéticas de 100 cal/mol.

$$100\ (\text{cal})(\text{mol-1})\frac{1}{6{,}023.10^{23}(mol^{-1})} = 1{,}66.10^{-22}\ \text{cal, es decir } \mathbf{2.10^{-22}\ cal}$$

recordemos que : 1cal = 4,18 J

Por tanto, 1,66.10^{-22} (cal). 4,18 (J.cal^{-1}) = 6,94. 10^{-22} J. es decir **7.10^{-22} J**

Esta magnitud debe coincidir con la energía del fotón que interaccione y producta cambios en los estados de energéticos rotacionales de la molécula, es decir : $E = h\upsilon$

7. 10^{-22} J = 6,625.10^{-34} (J.s). υ

υ =1.10^{12} s^{-1}, esta radiación está en la zona de **Microondas**

b) Con exactamente el mismo razonamiento de antes

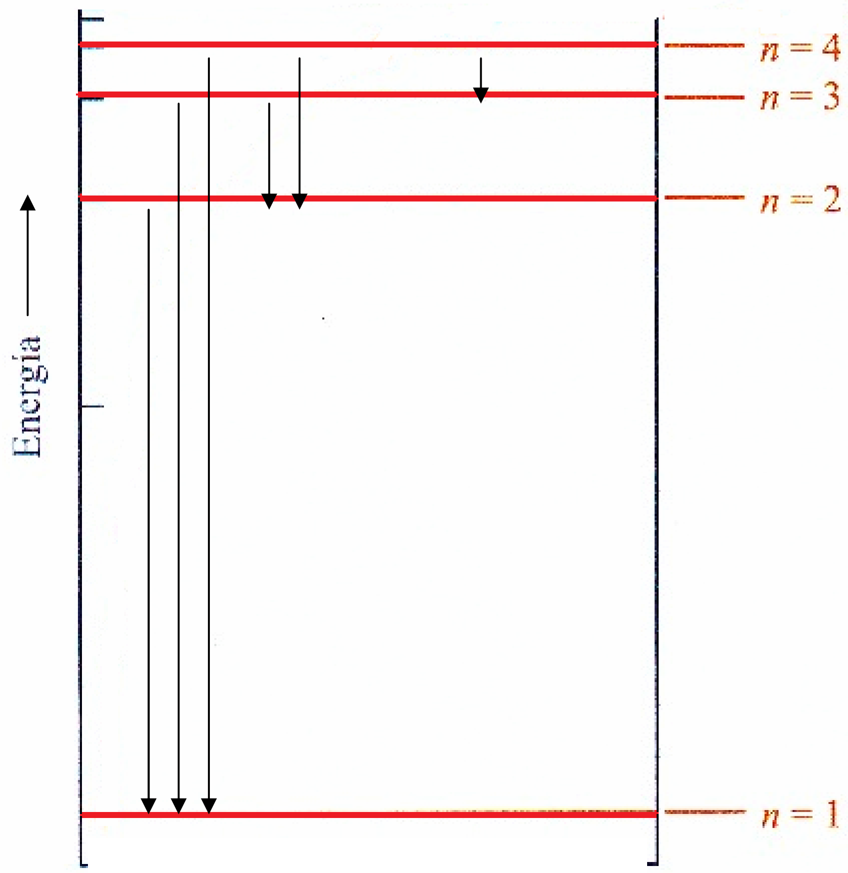
$$\upsilon = 2000\ (\text{cal.mol}^{-1}).\frac{1}{6{,}023.10^{23}(mol^{-1})}.\ 4{,}18\ (\text{J.cal}^{-1})\frac{1}{6{,}625.10^{-34}(J.s)} =$$

$= 2.10^{13}\ s^{-1}$ **Infrarrojo**

c) $\upsilon = 40.000\ (cal.mol^{-1}).\dfrac{1}{6{,}023.10^{23}\,(mol^{-1})}\ .\ 4{,}18\ (J.cal^{-1})\dfrac{1}{6{,}625.10^{-34}\,(J.s)} =$

$= 4.10^{14}\ s^{-1}$ **Visible**

8. Considere solo las posibles transiciones electrónicas que incluyen los niveles energéticos con número cuántico *n*= 1,2,3 y 4
   a) ¿Cuántas líneas de emisión son posibles, considerando que solo hay cuatro niveles de energía?



Seis líneas.

   b) ¿Entre qué niveles energéticos se dan las transiciones con radiación electromagnética de menor energía?
   n=4 → n=3
   c) ¿Entre qué niveles energéticos se dan las transiciones con radiación electromagnética de menor longitud de onda?
   n=4 → n=1

9. Si un átomo de hidrógeno en su estado fundamental absorbe energía, se excita a otro estado de mayor energía. Por ejemplo, la

excitación de un electrón del nivel n=1 al nivel n=3 requiere radiación con una longitud de onda de 102,6 nm. ¿cuál de las siguientes transiciones requerirá radiación de *mayor longitud de onda* que esta?

a) de n=2 a n=4 c) de n=1 a n=5

b) de n=1 a n=4 d) de n=3 a n=5

λ = 102,6 10^{-9} m ; y por tanto su número de ondas ω = 9,75.10^{6} m^{-1}

De acuerdo con la teoría de Bohr:

$\omega = cte\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{m^2}\right)$; para saber las magnitudes relativas de las longitudes de onda, se ha de comparar la diferencia de los inversos de sus números cuánticos al cuadrado

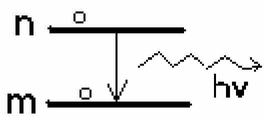
1/1-1/9 = 0,89

a) 1/4 – 1/16 = 0,19 ⇒ menor número de onda y **mayor longitud de onda** que la inicial
b) 1/1 – 1/16 = 0,94 ⇒ mayor número de onda y **menor longitud de onda** que la inicial
c) 1/1- 1/25 = 0,96 ⇒ mayor número de onda y **menor longitud de onda** que la inicial
d) 1/9-1/25 = 0,07⇒ menor número de onda y **mayor longitud de onda** que la inicial

10. Calcular el número de onda (cm^{-1}) y la energía (J) de la primera línea y del límite de las series de Lyman, Balmer y Paschen del átomo de hidrógeno

Explicación teórica:

Un átomo que tiene un electrón en un estado definido por el número cuántico n, puede pasar a un **estado de menor energía**, m, y **emitir un fotón** de luz. La energía del fotón emitido, $h\upsilon$, ha de coincidir exactamente con la diferencia de energía entre el estado inicial y el estado final del electrón.



En el caso concreto del átomo de hidrógeno, si se asume el modelo de Bohr para interpretar el estado de los electrones en el átomo, la energía de cada uno de sus niveles viene expresada por:

$$E_n = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{2r} = -\frac{\mu e^4}{8h^2\varepsilon_0^2}\frac{Z^2}{n^2}$$

Donde μ es la masa reducida del sistema, e, la carga del electrón, Z el número atómico del elemento (en este caso 1) y ε_0 la permitividad del vacío. La diferencia de energías entre dos niveles n y m debe ser, por tanto:

$$E_m - E_n = \frac{\mu e^4 Z^2}{8h^2\varepsilon_0^2}\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{m^2}\right)$$

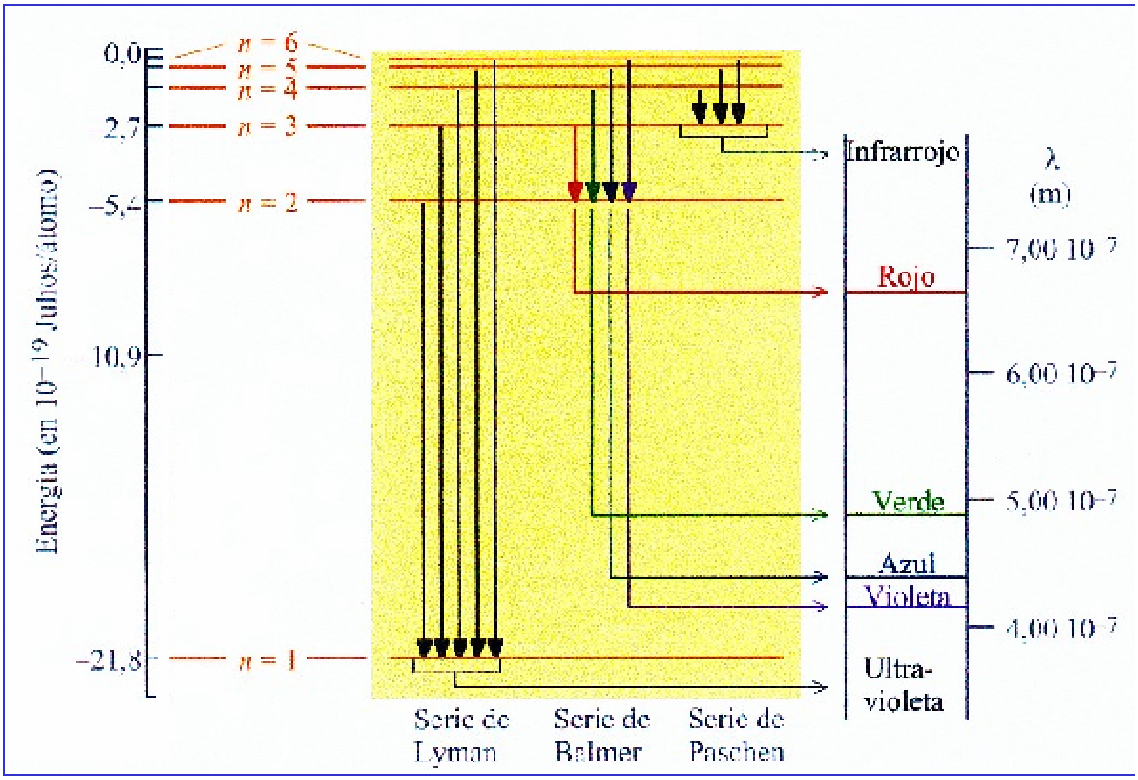
Esta diferencia de energías, y por tanto una energía también, debe ser la que tenga el fotón liberado en el tránsito.
Que tendrá, por tanto una frecuencia de:

$$\upsilon = \frac{\mu e^4 Z^2}{8h^3\varepsilon_0^2}\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{m^2}\right)$$
$$E_m - E_n = h\upsilon$$

En esta expresión hay un buen número de valores constantes. Todas ellas se engloban en una sola que se denomina constante de Rydberg, R,

$$R = \frac{\mu e^4}{8h^2\varepsilon_0^2}(s^{-1})$$

Obsérvese que por incluir la masa reducida, la constante de Rydberg depende, no solo de cada elemento, sino de cada isótopo de cada elemento.
Para el hidrógeno esta constante vale: $R_H = 3{,}288025.10^{15}\ s^{-1}$. Evidentemente esta constante puede expresarse en otras unidades, sin más que tener en cuenta la equivalencia entre ellas.
Cuando los tránsitos electrónicos del espectro de emisión **llegan todos al mismo nivel**, las líneas espectrales a las que dan lugar **forman parte de una misma serie**. De acuerdo con el siguiente esquema:



En **la serie de Lyman**; las líneas están generadas por los tránsitos:
m=2 -> *n*=1 .... 1ª línea
m=3 -> *n*=1 .... 2ª línea
m=4 -> *n*=1 .... 3ª línea
.
m=∞ -> *n*=1 .... límite de la serie

En **la serie de Balmer** las líneas están generadas por los tránsitos:
m=3 -> *n*=2 .... 1ª línea
m=4 -> *n*=2 .... 2ª línea
m=5 -> *n*=2 .... 3ª línea
.
m=∞ -> *n*=2 .... límite de la serie

En **la serie de Paschen**; las líneas están generadas por los tránsitos:
m=4 -> *n*=3 .... 1ª línea
m=5 -> *n*=3 .... 2ª línea
m=6 -> *n*=3 .... 3ª línea
.
m=∞ -> *n*=3 .... límite de la serie

Cálculos del Problema:
Serie de Lyman:

$$\upsilon_{primera} = R_H 1^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) = 2{,}4660188.10^{15}\, s^{-1}$$

$$E_{primera} = h\upsilon = 1{,}634.10^{-18}\, J$$

$$\lambda_{primera} = \frac{c}{\upsilon_{primera}} = \frac{2{,}997925.10^{8}\, ms^{-1}}{2{,}4660188.10^{15}\, s^{-1}} = 1{,}215694.10^{-7}\, m = 1{,}215694.10^{-5}\text{ cm}$$

$$\nu_{primera} = \frac{1}{\lambda_{primera}} = \frac{1}{1{,}215694.10^{-5}} = 8{,}225752.10^{4}\, cm^{-1}$$

$$\upsilon_{\lim ite} = R_H 1^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{\infty} \right) = 3{,}288025.10^{15}\text{ s}^{-1}$$

$$E_{\lim ite} = h\upsilon = 2{,}179.10^{-18}\, J$$

$$\lambda_{\lim ite} = 0{,}9117707.10^{-7}\, m$$

$$\nu_{límite} = 1{,}096776.\ 10^{7}\text{ m}^{-1} <> 109.677{,}6\text{ cm}^{-1}$$

Serie de Balmer:

$$\upsilon_{primera} = R_H 1^2 \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) = 4{,}566701.10^{14}\, s^{-1}$$

$$E_{primera} = h\upsilon = 3{,}026.0^{-19}\ J$$

$$\nu_{primera} = 15.232{,}9\ \text{cm}^{-1}$$

$$\upsilon_{\lim ite} = R_H 1^2 \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{\infty} \right) = 8{,}225.10^{14}\ \text{s}^{-1}$$

$$E_{\lim ite} = h\upsilon = 5{,}449.10^{-19}\ \text{J}$$

$$\nu_{\lim ite} = 27.436{,}8\ \text{cm}^{-1}$$

Serie de Paschen:

$$\upsilon_{primera} = R_H 1^2 \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} \right) = 1{,}599.10^{14}\ s^{-1}$$

$$E_{primera} = h\upsilon = 1{,}059.10^{-19}\ J$$

$$\nu_{primera} = 5.331{,}6\ \text{cm}^{-1}$$

$$\upsilon_{\lim ite} = R_H 1^2 \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{\infty} \right) = 3{,}655.10^{14}\ \text{s}^{-1}$$

$$E_{\lim ite} = h\upsilon = 2{,}4214.10^{-19}\ \text{J}$$

$$\nu_{\lim ite} = 12.191{,}9\ \text{cm}^{-1}$$

11. Cuando un átomo absorbe suficiente energía puede perder un electrón para formar un ión positivo. Esta cantidad de energía se llama potencial de ionización. Calcule, asumiendo el modelo atómico de Bohr, la energía de ionización del ion He^+ y compárela con la del H.

Si se asume para ambos átomos la misma constante de Rydberg, el potencial de ionización del He^+ es el cuadruple que el del H, ya que el electrón ha de ir de n=1 a infinito en los dos casos, pero en el primero la carga nuclear es el doble que en el segundo.
Si en el problema anterior se ha calculado el límite de la serie de Lyman en $2{,}179.10^{-18}$ J, este es el potencial de ionización del H, por tanto el del ión helio será $4(2{,}179.10^{-18}) = 8{,}716\ 10^{-18}$ J

12. Puede suponerse que el electrón de valencia del potasio se mueve en un campo de potencial debido al núcleo y a las capas electrónicas

internas, de modo que, en primera aproximación, podemos considerarlo como un átomo con un solo electrón y una carga efectiva Z'. Calcúlese dicha carga sabiendo que el primer potencial de ionización del potasio es de 4,34 eV.
Nota: Tómese para la constante de Rydberg un valor de 109737,6 cm^{-1}.

El electrón de valencia del potasio (K), cuyo número atómico es 19 está situado en la cuarta órbita (véase la tabla periódica y la posición que ocupa el K, 4º periodo, 1ª columna). Suponemos, por tanto que este electrón se mueve como si estuviera en un átomo hidrogenoide cuya carga nuclear no sabemos y que denominaremos Z'.
El potencial de ionización de un elemento es la energía que hay que suministrar al átomo para eliminar un electrón, el más externo. En este caso la energía necesaria para pasar al electrón de valencia del potasio desde el n=4 , en donde está, hasta el infinito. La diferencia de energía entre estos dos estados, n=4 y n=∞, vendrá dada por:

p_I= 4,34 eV. $1,602.10^{-19}$ (eV/J)= 6,957. 10^{-19} J

$$p_I = E_\infty - E_4 = \frac{\mu e^4 Z'^2}{8h^2\varepsilon_0^2}\left(\frac{1}{4^2}-\frac{1}{\infty}\right)$$

$$\frac{\mu e^4}{8h^2\varepsilon_0^2}(J) = R(m^{-1}).c(m/s).h(J.s)$$

Para la constante de Rydberg tomamos el número que indica el enunciado, por tanto:

$$6{,}957.\ 10^{-19}\ J=1{,}097376.10^{7}(m\text{-}1).2{,}9989.10^{8}(m/s).6{,}625.10^{-34}\ (J).Z'^{2}.\frac{1}{4^2}$$

Operando y calculando el valor de Z', resulta un valor de **2,26**.
Obsérvese que los 18 electrones internos del K no apantallan totalmente al núcleo.

13. En el espectro de ciertas estrellas se han observado hasta 30 líneas de la serie de Balmer. Calcular, admitiendo el modelo atómico de Bohr, el radio del átomo de hidrógeno en la órbita n=30, así como la velocidad que tendría el electrón en esa órbita.

En el modelo de Bohr, el valor del radio de la órbita depende del número cuántico n de la forma:

$$r = \frac{h^2\varepsilon_0}{\pi m_e e^2}\frac{n^2}{Z} = a_0\frac{n^2}{Z}$$

El significado de los símbolos ya se ha dado en otros problemas y en la clase de teoría. El cálculo de este valor para r puede hacerse fácilmente a partir del valor de a_0, radio de la primera órbita, cuyo valor es 0,53 Å. Con n=30 y Z=1, ya que es el hidrógeno, el valor de r,

r = 480 Å

De igual forma, teniendo en cuenta el modelo de Bohr, la velocidad del electrón en esa órbita tiene la expresión:

$$v = \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Ze^2}{rm_e} \right)^{1/2}$$

Sustituyendo todos los valores de las constantes, se obtiene un valor:

$\varepsilon_0 = 8{,}854.10^{-12}\ J^{-1}\ C^2 m^{-1}$

$$v = \left(\frac{1}{4.3{,}1416.8{,}854.10^{-12}} \frac{1\left(1{,}602.10^{-19}\right)^2}{4{,}80.10^{-8}.9{,}109.10^{-31}} \right)^{1/2}$$

$v = 7{,}3.10^4$ m/s