Auxiliar #6

Oscilaciones

Profesor: Rodrigo Vicencio
Auxiliares: Christofer Cid & Miguel Letelier

P1 En este problema estudiaremos el efecto del amortiguamiento viscoso en la dinámica de dos esferas de masa m acopladas vía 3 resortes idénticos de constante de restitución k, tal como se muestra en la figura.

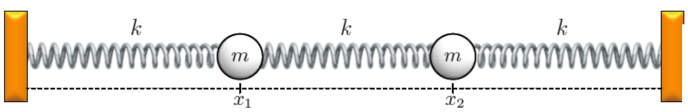

Figura 1

a) Escriba las ecuaciones de movimiento para las dos masas, considerando que existe roce viscoso del tipo $-b\dot{x}$ afectando a cada esfera independientemente. Recuerde usar la definición del tiempo de decaimiento $\tau \equiv m/b$, para simplificar la escritura.

b) Sume las dos ecuaciones de (a) y obtenga la ecuación de un oscilador amortiguado. Escriba la solución explícita para $f(t) \equiv x_1(t) + x_2(t)$.

c) Reste las dos ecuaciones de (a) y obtenga la ecuación de un oscilador amortiguado. Escriba la solución explícita para $g(t) \equiv x_1(t) - x_2(t)$.

d) Usando las expresiones para $f(t)$ y $g(t)$ obtenga $x_1(t)$ y $x_2(t)$.

e) Escriba la expresión para $x_1(t)$ y $x_2(t)$ considerando que $x_1(0) = x_2(0) = A$.

f) Escriba la expresión para $x_1(t)$ y $x_2(t)$ considerando que $x_1(0) = -x_2(0) = A$

Un oscilador amortiguado tiene como solución: $x(t) = Ae^{-t/2\tau}cos(\Omega t)$, con $\Omega^2 = \omega_0^2 - 1/(2\tau)^2$

P2 En este problema mezclaremos la gravedad con la fuerza elástica para estudiar como un disco de masa M y radio R rueda oscilando armónicamente, sin deslizar. El disco se encuentra inicialmente en reposo en el largo natural del resorte ($x = 0$) y luego es soltado.

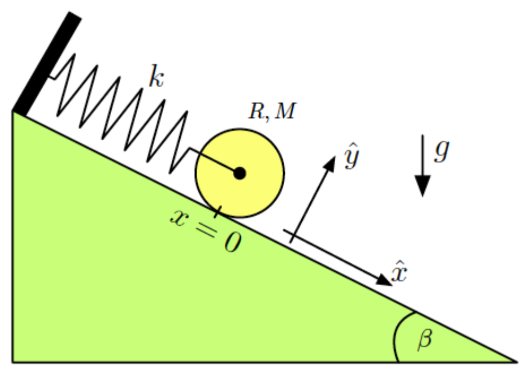

Figura 2

a) Obtenga la ecuación de movimiento para la aceleración $\ddot{x}$ del centro de masas del disco. Para esto escriba las ecuaciones de Newton en $\hat{x}$ e $\hat{y}$ y la ecuación de torque, además de la relación entre aceleración angular y aceleración lineal.

b) En (a) debiese obtener una ecuación de movimiento del tipo: $\ddot{x} + \omega_0 x - \gamma = 0$. Defina la variable $\bar{x} \equiv x - \gamma/\omega_0^2$ (tal que $\ddot{\bar{x}} = \ddot{x}$), y re-escriba su ecuación como un oscilador armónico simple para $\bar{x}$. Escriba la solución general $\bar{x}(t)$ para este oscilador, y luego obtenga explícitamente la función $x(t)$.

c) Considere $x(t = 0) = 0$ y $\phi_0 = -\pi/2$. Escriba la función $x(t)$ en términos de los parámetros del prblema, y bosquéjela en el tiempo.