



## Tarea 3: Volumen almacenado explotable en acuíferos

### Datos

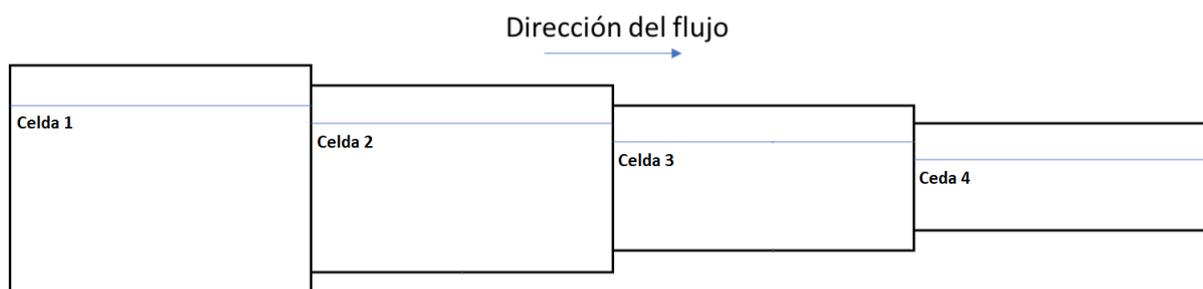


Figura 1: Representación de sistemas acuíferos.

Cuadro 1: Descripción de sistemas acuíferos

Celda	Cota fondo ( $z_f$ ) [m.s.n.m.]	Carga hidráulica ( $h$ ) [m.s.n.m.]	Longitud ( $L$ ) [m]	Ancho [m]	$S_y$ [%]	$S_s$ [1/m]
1	3200	3500	3000	1000	10	0.00005
2	3250	3400	2500	1000	10	0.00005
3	3300	3380	8500	1000	10	0.00005
4	3310	3375	10000	1000	10	0.00005

### Pregunta 1

a) En general la carga hidráulica en problemas de aguas subterráneas se mide como un valor referido al nivel del mar. ¿Cuál es el valor de  $h$  que Ud. debería usar en cada celda para determinar el volumen almacenado? (0.5 pts.)

Es común utilizar las ecuaciones bidimensionales para determinar el volumen almacenado, por cuando el análisis se realiza sobre una columna completa de acuífero y los coeficientes asociados al almacenamiento (porosidad drenable y coeficiente de almacenamiento específico) se entienden como valores promedios de dicha columna.

Cuando se derivaron las ecuaciones bidimensionales, y en particular para el caso de acuíferos libres, se usó el concepto de la carga hidráulica para describir dos cosas:

- El gradiente hidráulico que determina el flujo.
- El área de escurrimiento asociada a los flujos horizontales y el volumen de control sobre el que se realiza el balance de masas.

Es para ambos términos en el punto ii) que **debe recordarse que  $h$  está medido desde el fondo de la columna (0.1 pts)**. Así, para determinar el volumen almacenado es necesario referirse a la carga hidráulica con respecto a la cota de fondo de cada una de las celdas, por lo que el  $h_{i,Vol}$  a considerar para la celda  $i$  se construye como

0.2 pts

$$h_{i,Vol} = h_i - z_{f,i}$$

Con esto, el valor de la carga hidráulica de cada acuífero queda como:

Cuadro 2: Cargas hidráulicas a considerar para el cálculo de volumen almacenado. (0.2 pts)

Celda	$h_{i,Vol}$ [m]
1	300
2	150
3	80
4	65

b) Cuando se derivaron las ecuaciones 2D utilizando la aproximación de Dupuit, ¿Dónde se impuso el supuesto que le permite responder la parte a)? (0.5 pts.)

Como se señaló en la parte a, durante el planteamiento del principio de conservación de masa, al describir:

1. El area asociada a los flujos horizontales por cada cara vertical de la columna (lado derecho de la ecuación) (0.25 pts.)
2. Al establecer la cantidad de masa (dentro de la columna, para evaluar cómo esta cambia en el tiempo (lado izquierdo de la ecuación) (0.25 pts.)

c) Obtenga una expresión para determinar el volumen almacenado disponible en cada celda, en función de los parámetros  $z_f$ ,  $z_t$ ,  $h$ ,  $S_y$ ,  $S_s$ ,  $L$  y  $B$ . Identifique que parte de la expresión está asociada al drenaje de poros, y cuál está asociada a la compresibilidad del agua y de la matriz. (1.5 pts.)

Para determinar el volumen almacenado se debe recordar que el término del lado derecho de la ecuación de flujo (que es el principio de conservación) corresponde a la variación del volumen de agua (masa en realidad) en el tiempo. Cuando esa variación se expresa en función de la carga, nos queda  $\frac{\partial V}{\partial h} \cdot \frac{\partial h}{\partial t}$ , siendo  $S = \frac{\partial V}{\partial h}$  el coeficiente de almacenamiento (recordar que como la columna es de area unitaria, S está además por unidad de área).

Así para obtener el volumen almacenado debemos integrar  $\int \frac{\partial V}{\partial t} = \int S \cdot \frac{\partial h}{\partial t}$ :

$$V_{almacenado} = \int_{V_0}^{V_f} S \cdot \partial V$$

$$V_{almacenado} = \int_{V_0}^{V_f} (S_y + S_s \cdot h) \partial V$$

Como  $\partial V = \text{Área} \cdot \partial h$  siendo  $\text{Área} = B \cdot L$ , se tiene que:

$$V_{almacenado} = \int_{h_0}^{h^*} (S_y + S_s \cdot h) BL \partial h$$

$$V_{almacenado} = BL \cdot [S_y(h^* - h_0) + \frac{S_s}{2}(h^{*2} - h_0^2)]$$

Donde  $h_0 = 0$  debido a que el llenado parte desde el fondo de la columna de agua, y donde  $h^* = h - z_f$  es la carga medida desde el fondo. Con lo anterior se obtiene:

1.0 pts

$$V_{almacenado} = BL \cdot S_y(h - z_f) + BL \cdot S_s \frac{(h - z_f)^2}{2}$$

Donde el término compuesto por  $S_y$  está asociado al drenaje de poros y el compuesto por  $S_s$  se asocia a la compresibilidad del agua y de la matriz. (0.5 pts.)

### Pregunta 2

a) Obtenga el volumen almacenado explotable bajo un enfoque conservador, considerando sólo la componente asociada al drenaje de poros. (0.4 pts.)

Se evalúa el volumen almacenado considerado como  $V_{almacenado} = BL \cdot S_y(h - z_f)$ :

Cuadro 3: Volumen almacenado según enfoque conservador. (0.4 pts.)

Celda	Volumen Almacenado [m3]
1	90000000
2	37500000
3	68000000
4	65000000

b) Calcule la componente asociada a la compresibilidad de la matriz. Indique qué porcentaje del volumen total disponible representa, y qué porcentaje de la asociada al drenaje de poros. (0.8 pts.)

Cuadro 4: Distribución de volúmenes según componentes. (0.8 pts.)

Celda	Drenaje de poros	Compresibilidad de matriz	$V_{tot}$ [m3]	% de $V_{tot}$	% de $V_{poros}$
1	90000000	6750000	96750000	0.070	0.075
2	37500000	1406250	38906250	0.036	0.038
3	68000000	1360000	69360000	0.020	0.020
4	65000000	1056250	66056250	0.016	0.016

### Pregunta 3

a) Desarrolle un análisis de sensibilidad, variando en +/- 5% la porosidad drenable y variando el coeficiente de almacenamiento específico a  $1 \times 10^{-5}$  1/m y a  $1 \times 10^{-4}$  1/m. Para cada zona presente gráficos de barras mostrando la variación del volumen almacenado disponible total frente a los diferentes parámetros, el asociado a la porosidad drenable, y el asociado a la compresibilidad de agua y matriz. (0.8 pts.)

- Celda 1 (0.2 pts. por los 4 gráficos):

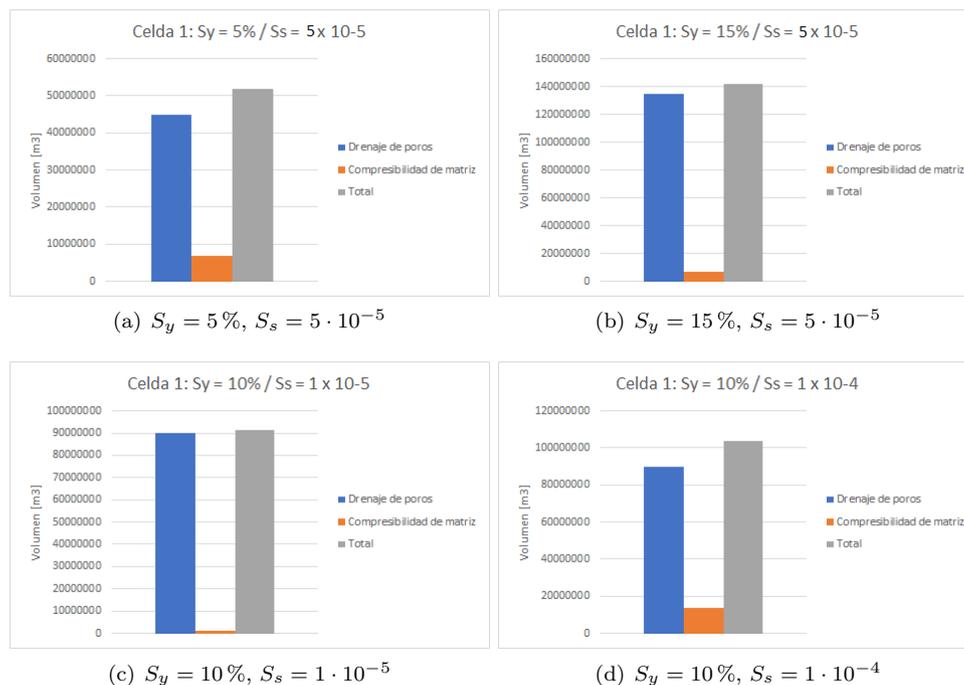


Figura 2: Análisis de sensibilidad para la celda 1.

■ Celda 2 (0.2 pts. por los 4 gráficos):

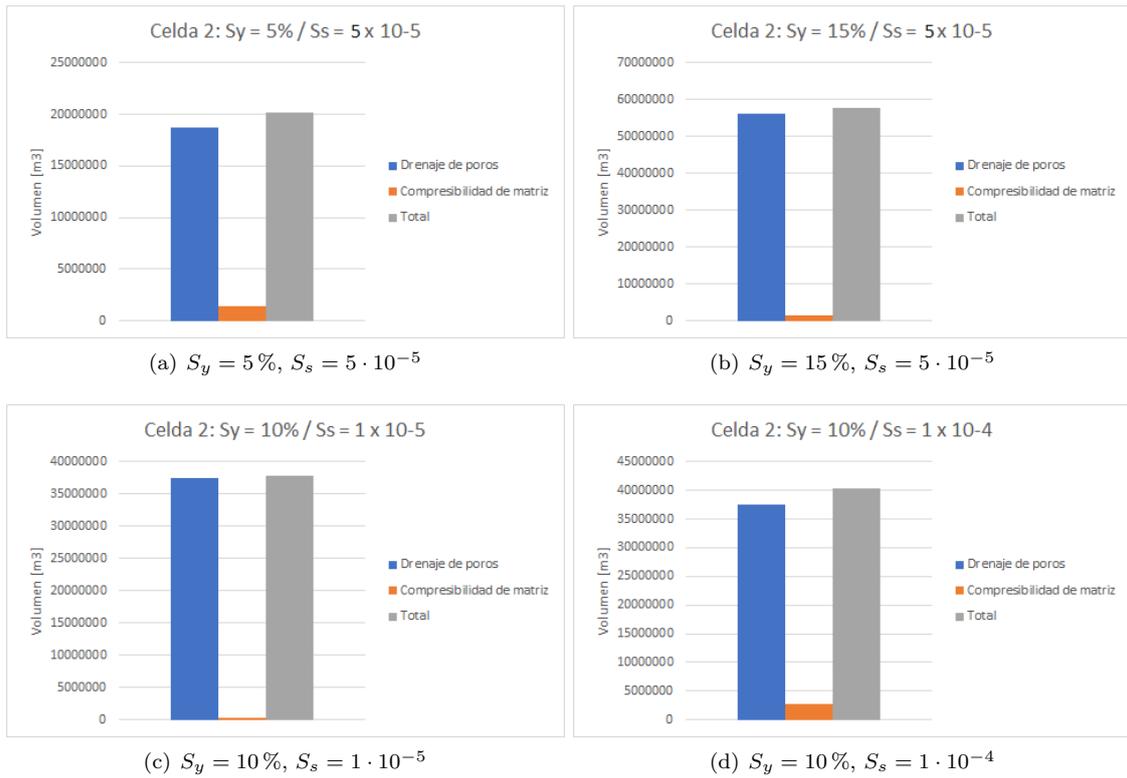


Figura 3: Análisis de sensibilidad para la celda 2.

■ Celda 3 (0.2 pts. por los 4 gráficos):

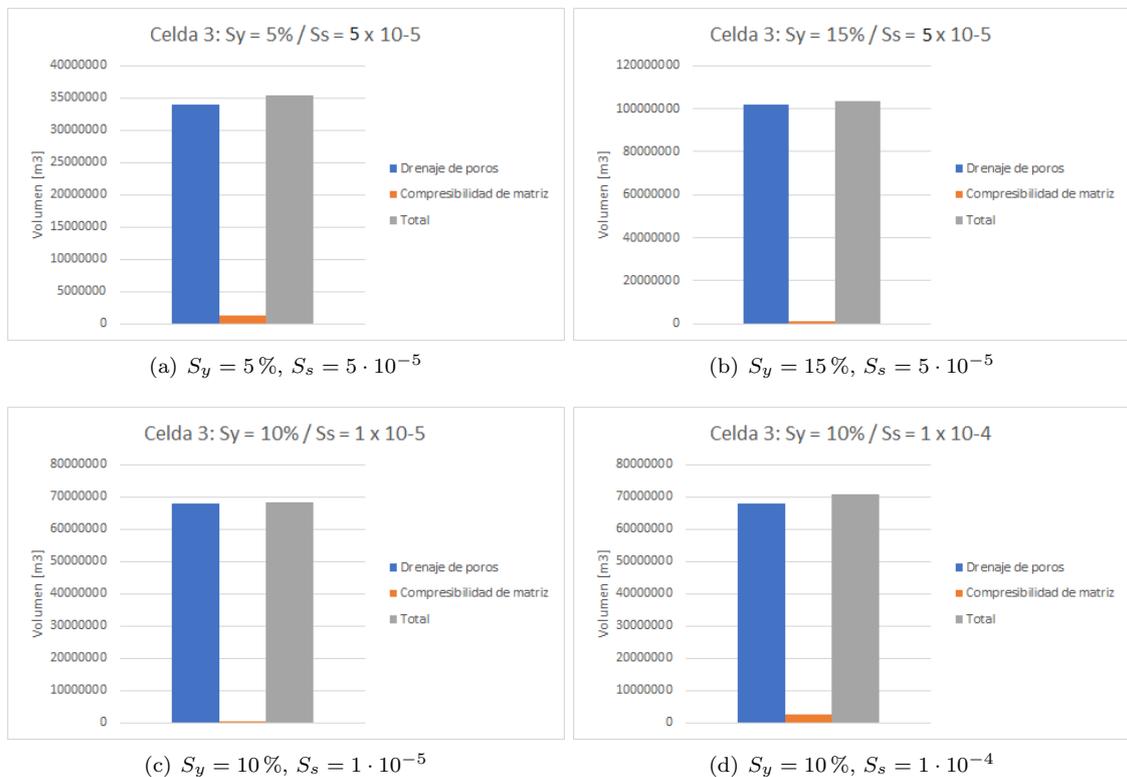


Figura 4: Análisis de sensibilidad para la celda 3.

■ Celda 4 (0.2 pts. por los 4 gráficos):

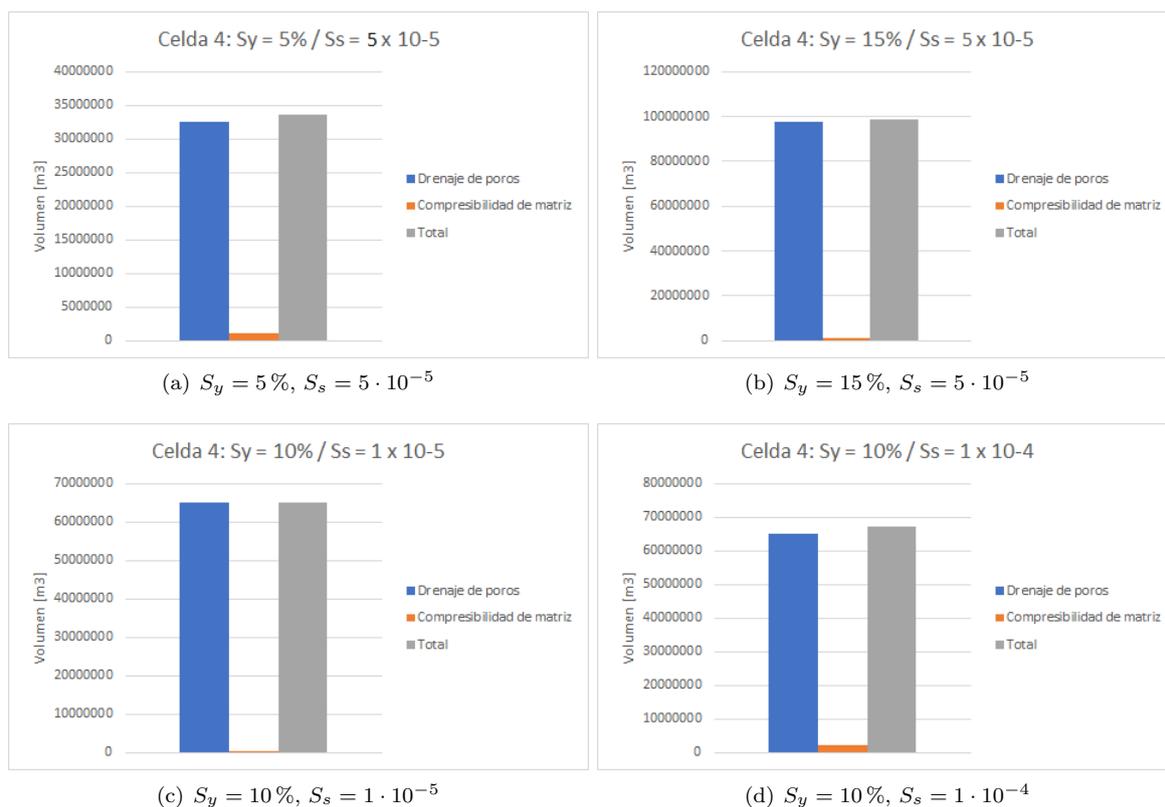


Figura 5: Análisis de sensibilidad para la celda 4.

b) ¿Cuál es la zona donde el volumen almacenado disponible es más sensible a la porosidad drenable? (0.75 pts.)

Analizando la diferencia del volumen total almacenado entre la situación dada por  $S_y = 15$  con  $S_s = 5 \cdot 10^{-5}$  y la dada por  $S_y = 5$  con  $S_s = 5 \cdot 10^{-5}$  se obtiene que **la celda 4 es la que mayor variación presenta (0.25 pts)** (cuadro 5), por lo que se infiere que dicha zona es la más sensible a la porosidad drenable.

Cuadro 5: Celda más sensible a variaciones en  $S_y$  (0.5 pts.)

Celda	$V_{tot,1}$ con $S_y = 15$ [%]	$V_{tot,2}$ con $S_y = 5$ [%]	$\frac{V_{tot,1} - V_{tot,2}}{V_{tot,1} + V_{tot,2}}$
1	141750000	51750000	0.4651
2	57656250	20156250	0.4819
3	103360000	35360000	0.4902
<b>4</b>	<b>98556250</b>	<b>33556250</b>	<b>0.4920</b>

c) ¿Cuál es la zona donde el volumen almacenado disponible es más sensible a  $S_s$ ? (0.75 pts.)

Analizando la diferencia porcentual del volumen total almacenado entre la situación dada por  $S_y = 10$  con  $S_s = 1 \cdot 10^{-5}$  y la dada por  $S_y = 10$  con  $S_s = 1 \cdot 10^{-4}$  se obtiene que **la celda 1 es la que mayor variación presenta (0.25 pts)** (cuadro 6), por lo que se infiere que dicha zona es la más sensible a la porosidad drenable.

Cuadro 6: Celda más sensible a variaciones en  $S_s$  (0.5 pts.)

Celda	$V_{tot,1}$ con $S_s = 1 \cdot 10^{-4}$ [%]	$V_{tot,2}$ con $S_s = 1 \cdot 10^{-5}$ [%]	$\frac{V_{tot,1} - V_{tot,2}}{V_{tot,1} + V_{tot,2}}$
<b>1</b>	<b>103500000</b>	<b>91350000</b>	<b>0.0624</b>
2	40312500	37781250	0.0324
3	70720000	68272000	0.0176
4	67112500	65211250	0.0144