Clase auxiliar N°1 – ME4701

PROFESORA: VIVIANA MERUANE N. – AUXILIAR: IGNACIO CALDERÓN V. – AYUDANTES: FELIPE CUEVAS R., IVÁN GONZÁLEZ P., ALFREDO MORENO R.

Objetivos de la clase

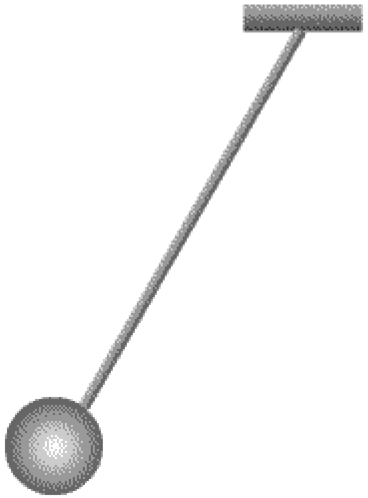
- Introducción a las vibraciones mecánicas
  1. Respuesta libre
  2. Coeficientes de rigidez
  3. Amortiguamiento (casos)
  4. Modelación de las ecuaciones de movimiento.

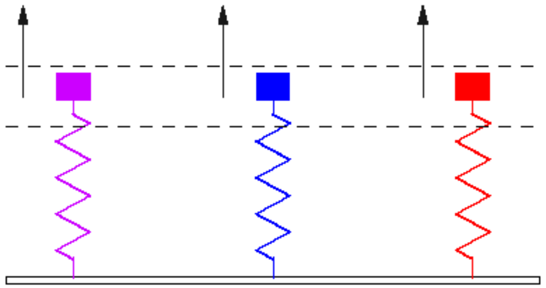
- Respuesta a una perturbación armónica
  1. Sistema sin amortiguamiento
  2. Sistemas amortiguados

- Resolución de problemas

Respuesta libre

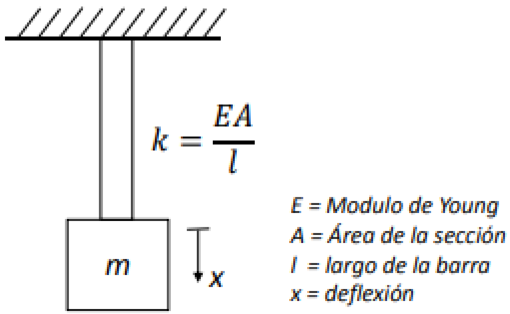
- Caracterizada por una ecuación de movimiento y una frecuencia natural de oscilación
- Denota el comportamiento oscilatorio de un sistema



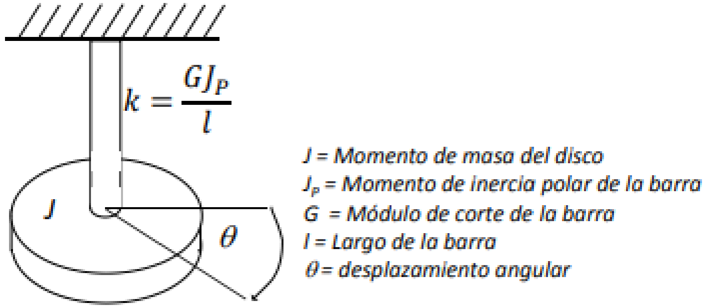


Coeficientes de rigidez

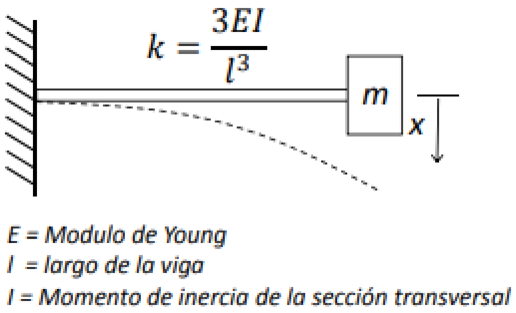
- Variaciones en cuanto a propiedades geométricas y físicas (material)
- Dependerá del movimiento que experimenta el sistema



Mov. Longitudinal



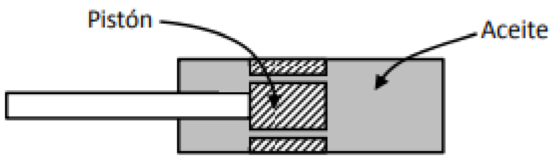
Mov. Torsional

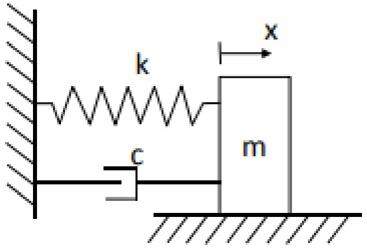


Mov. Transversal

Amortiguamiento

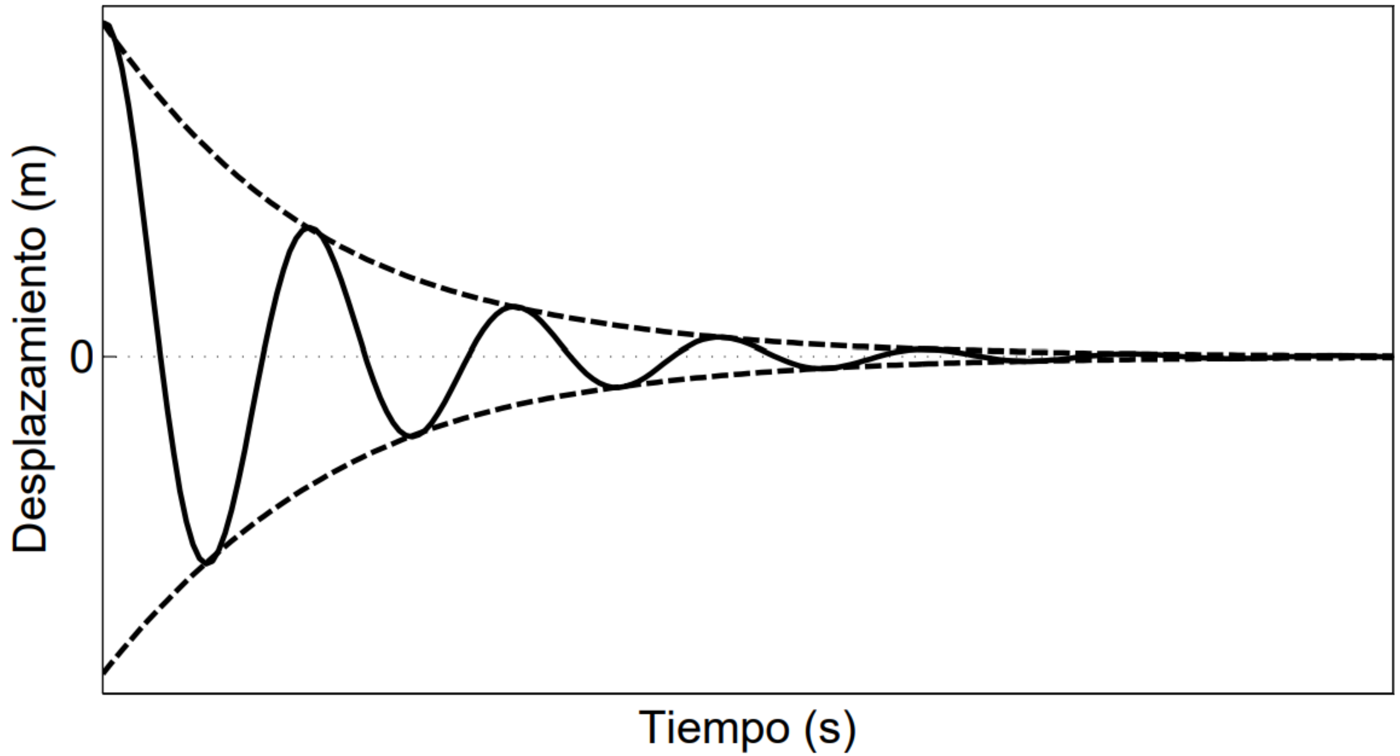
- Disipación de energía. Para efectos del curso, se verá el modelo de pistón sumergido en un fluido viscoso





- Se define la razón de amortiguamiento $\xi = c/c_c$ donde c es la constante de amortiguamiento y $c_c = 2m\omega_n$ es el amortiguamiento crítico
- Casos de amortiguamiento: Débil, crítico y sobreamortiguado

Amortiguamiento débil - $\xi < 1$



Amortiguamiento crítico - $\xi = 1$

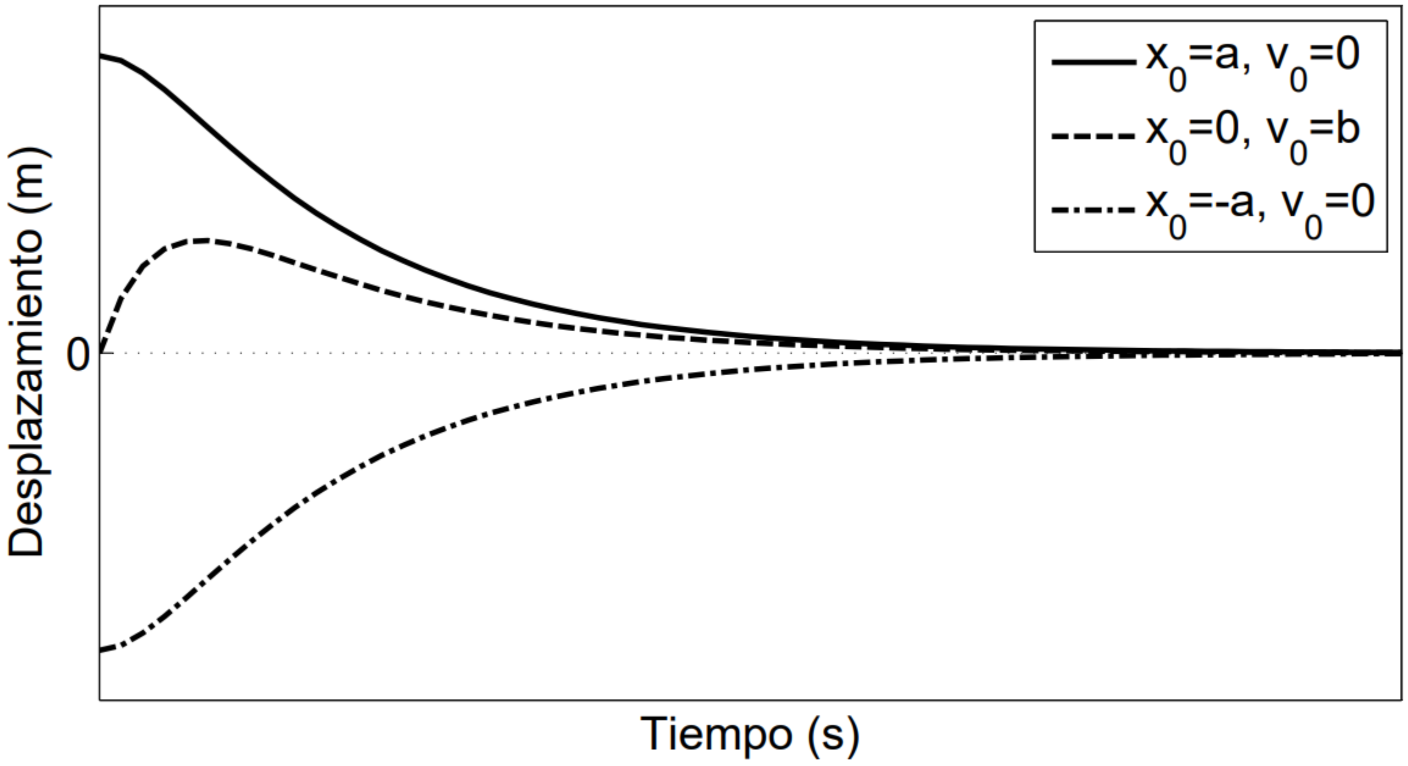
- Las raíces de la solución de la ecuación diferencial se repiten (multiplicidad mayor a 1)

- La solución es de la forma:

$$x(t) = (A_1 + A_2 t)e^{-\omega_n t}$$

- Gráfica similar al caso de sobreamortiguamiento, pero de mayor amplitud

Sobreamortiguamiento



Modelación

- Se pueden emplear 3 métodos para obtener las ecuaciones de movimiento
  - Método de las fuerzas

$$m\vec{a} = \sum \vec{F}$$

  - Método de la energía

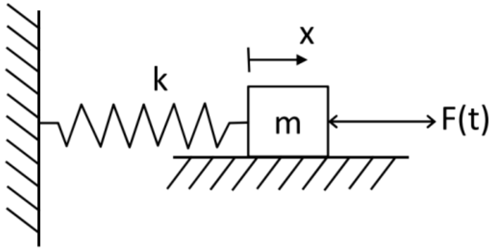
$$EMT = T + U = cte \;\rightarrow \frac{d}{dt}EMT = 0$$

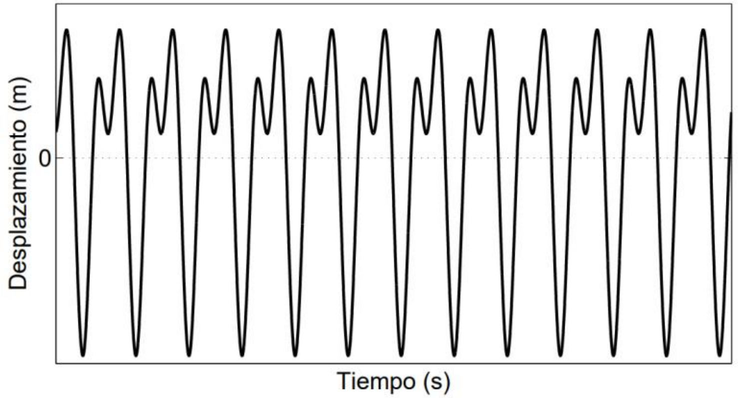
  - Método de Lagrange ($L = T - U$)

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = -\frac{\partial F}{\partial \dot{q}_i} + \frac{\partial W}{\partial q_i}$$

Respuesta a una excitación armónica

- CASO 1: Sin amortiguamiento



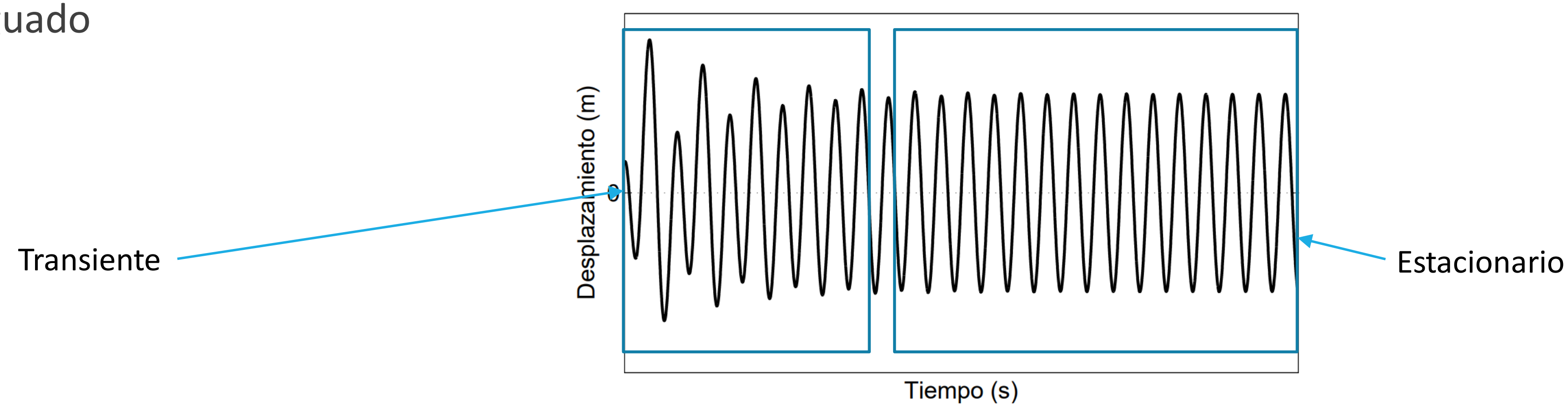


- Fenómenos de pulsos y resonancias (Ver el apunte)

- La respuesta general es: $x(t) = \dfrac{v_0}{\omega_n} \operatorname{sen} \omega_n t + \left(x_0 - \dfrac{f_0}{\omega_n^2 - \omega^2} \right) \cos \omega_n t + \dfrac{f_0}{\omega_n^2 - \omega^2} \cos(\omega t)$

Respuesta a una excitación armónica

- CASO 2: Amortiguado



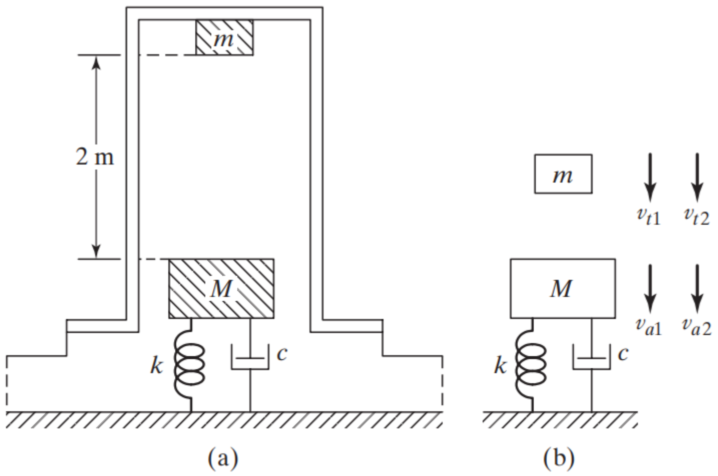
- Se identifica un estado transiente y estacionario, ésta última lo entrega la solución particular de la EDO

- La solución particular se calcula como:

$$x_p(t) = \overbrace{\frac{f_0}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta\omega_n\omega)^2}}}^{X} \operatorname{sen}(\omega t - \overbrace{\tan^{-1}\frac{2\zeta\omega_n\omega}{\omega_n^2 - \omega^2}}^{\theta})$$

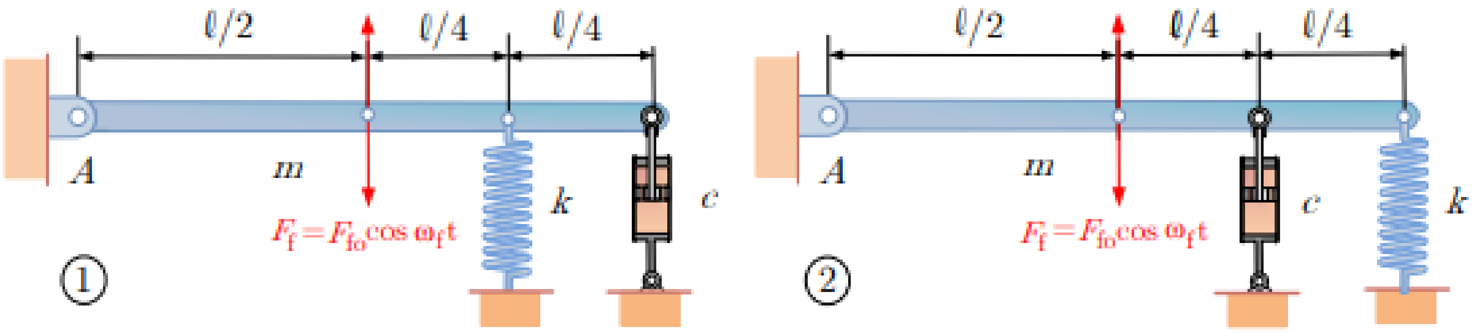
Problema 1

Un yunque para forjar tiene un peso de 5000 N y se monta sobre una base de rigidez de 5x10^6 N/m y constante de amortiguamiento viscosa de 10000 N-s/m. Durante la operación de la forja se deja caer un martillo de peso 1000 N desde una altura de 2 m sobre el yunque. Determine la respuesta libre del sistema tras el impacto considerando que el yunque está en reposo inicialmente. Suponga que el coeficiente de restitución entre el yunque y el martillo es de 0.4.

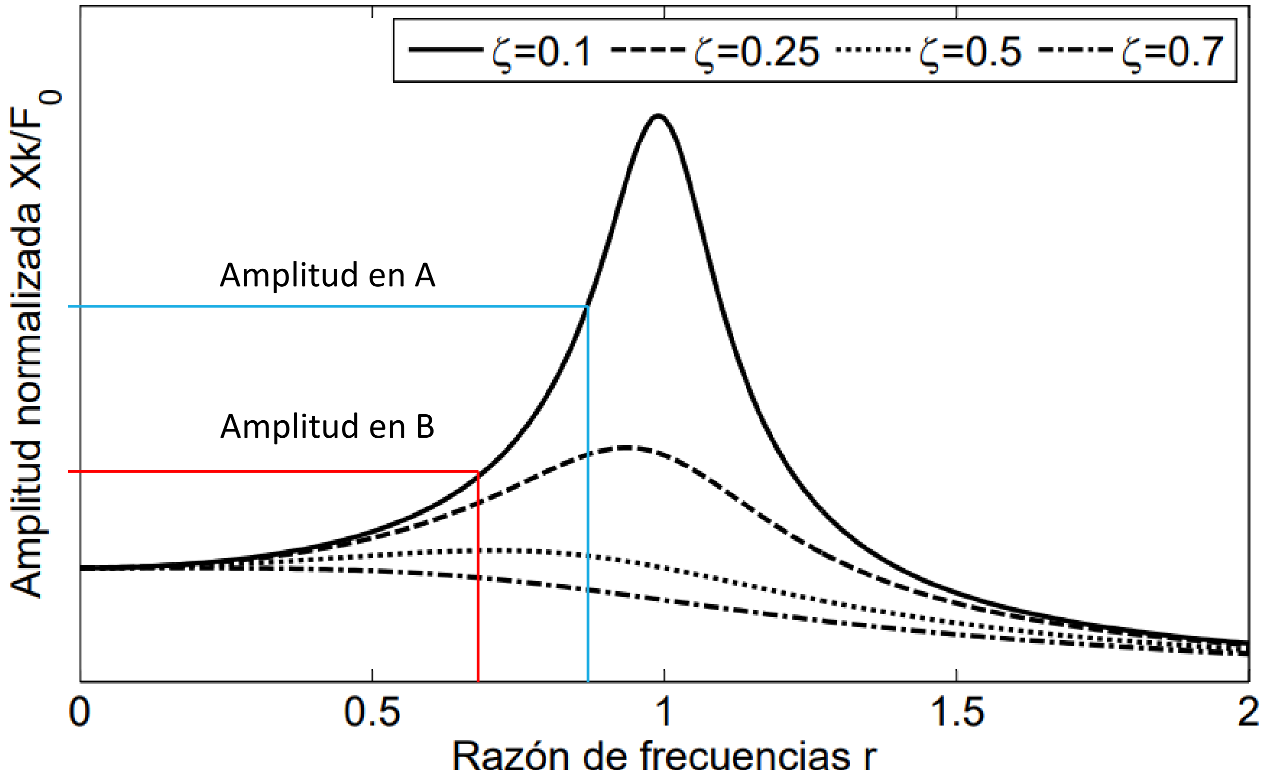


Problema 2

La figura muestra dos arreglos vibratorios para una barra de longitud l y masa m la cual está sometida a una fuerza armónica situada en su punto medio. Evalúe que configuración en base a la respuesta del sistema en estado estacionario.

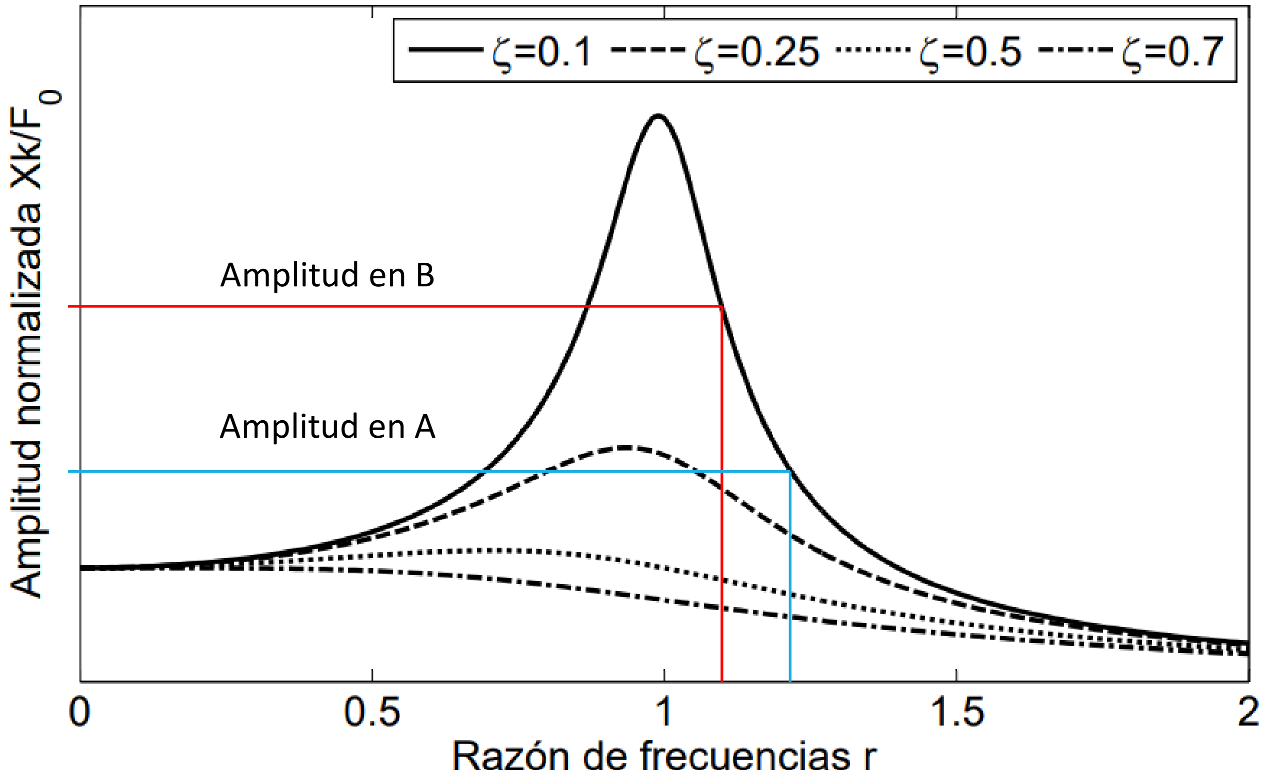


$r_A < 1$



ζ=0.1
ζ=0.25
ζ=0.5
ζ=0.7
Amplitud en A
Amplitud en B
Amplitud normalizada Xk/F0
0
0.5
1
1.5
2
Razón de frecuencias r

$r_A > 1$



ζ=0.1
ζ=0.25
ζ=0.5
ζ=0.7
Amplitud normalizada Xk/F0
Amplitud en B
Amplitud en A
0
0.5
1
1.5
2
Razón de frecuencias r