MA3403-6. Probabilidades y Estadística
Profesor: Roberto Cortez M.
Auxiliares: Pablo Araya y Javier Santibáñez.
Fecha: Jueves 21 de Marzo, 2019.

Auxiliar 1

Resumen

Definición 1. Una **probabilidad** $\mathbb{P}$ es una función $\mathbb{P} : \mathcal{P}(\Omega) \to \mathbb{R}$ que cumple lo siguiente:

1. $0 \leq \mathbb{P}(A) \leq 1$.
2. $\mathbb{P}(\Omega) = 1$.
3. Si $(A_n)_n$ son eventos tales que $\forall i \neq j,\ A_i \cap A_j = \varnothing$, entonces:
$$\mathbb{P}\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} \mathbb{P}(A_i).$$

Proposición 1. *1. Sea A un evento cualquiera, entonces $\mathbb{P}(A^c) = 1 - \mathbb{P}(A)$.*

2. $\mathbb{P}(\varnothing) = 0$.

3. Sean A, B eventos cualesquiera, entonces $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B)$.

4. Si $A \subseteq B \Rightarrow \mathbb{P}(A) \leq \mathbb{P}(B)$.

Definición 2. Supongamos que $|\Omega| < +\infty$. Diremos que Ω es **equiprobable** cuando

$$(\forall w \in \Omega)\mathbb{P}(\{w\}) = \frac{1}{|\Omega|}.$$

Además se cumple que: $(\forall A \subseteq \Omega)\mathbb{P}(A) = \frac{|A|}{|\Omega|}$.

	Con Orden	Sin Orden
Con Reposición	n^k	$\binom{k+n-1}{n-1}$
Sin Reposición	$\frac{n!}{(n-k)!}$	$\binom{n}{k}$

Problemas

P1. Considere dos eventos A, B definidos en un espacio muestral Ω. Demuestre que:

a) Si $B \subseteq A$ entonces $\mathbb{P}(A \setminus B) = \mathbb{P}(A) - \mathbb{P}(B)$

b) Si $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A \cap B)$ entonces $\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(B)$.

c) $\mathbb{P}(A^c \cap B^c) = 1 - \mathbb{P}(A) - \mathbb{P}(B) + \mathbb{P}(A \cap B)$

P2. Se lanzan cuatro dados perfectos. Calcule la probabilidad de obtener:

a) 4 números iguales.

b) 3 números iguales y uno distinto.

c) 2 números iguales y los otros dos distintos (con la pareja y entre si).

d) 2 números iguales y 2 números iguales (dos parejas distintas).

e) 4 números distintos.

P3. Un jugador italiano expresó su sorpresa a Galileo por observar que al jugar con 3 dados la suma 10 aparece con más frecuencia que la 9. Según el jugador los casos favorables al 9 serían: (1,2,6), (1,3,5), (1,4,4), (2,2,5), (2,3,4) y (3,3,3); y al 10: (1,3,6), (1,4,5), (2,2,6), (2,3,5), (2,4,4) y (3,3,4). Pero Galileo vio que estas combinaciones no se pueden considerar igualmente probables. Explicar por qué y calcular las correspondientes probabilidades.

P4. Calcule cuántos números de cuatro (4) dígitos se pueden formar con las cifras 0, 1, . . . , 9, para los siguientes casos.

- Permitiendo repeticiones.
- Sin repeticiones.
- Si el último dígito debe ser 0 y no se permiten repeticiones.