# Auxiliar 1

Función probabilidad y problemas de conteo.

**Profesor: Vicente Acuña**
**Auxiliares: Sebastián López, Bruno Hernández**

**P1.** Hay que colocar a 5 hombres y 4 mujeres en una fila de modo que las mujeres ocupen los lugares pares. ¿De cuántas maneras se puede hacer?

**P2.** A partir de 5 matemáticos y 7 físicos hay que construir una comisión de investigación de 2 matemáticos y 3 físicos, ¿De cuántas formas podría hacerse si:

*a*) todos son elegibles.

*b*) Juan, uno de los físicos, debe siempre estar en la comisión.

*c*) Pablo y Nicolás, dos de los matemáticos, se odian a muerte, nunca pueden quedar ambos juntos en la comisión.

**P3.** Una torre es una pieza de ajedrez que puede atacar a piezas en su mimsa fila o columna. Dos torres son indistinguibles si no puedo diferenciar a qué lado del tablero atacan, por lo tanto, es posible que se ataquen entre si.

*a*) Sea $k \in \mathbb{N}$ ¿ De cuántas maneras se pueden ubicar $k$ torres indistinguibles en un tablero rectangular de $k \times k$ casilleros de modo tal que ninguna torre pueda atacar a otra?

*b*) Sean $k, n \in \mathbb{N}$ ¿De cuántas maneras se pueden ubicar $k$ torres indistinguibles en un tablero rectangular de $n \times n$ casilleros de manera tal que ninguna torre pueda atacar a otra?

*c*) Sean $k, n, m \in \mathbb{N}$ ¿De cuántas maneras se pueden ubicar $k$ torres indistinguibles en un tablero de $n \times m$ casilleros de manera tal que ninguna torre pueda atacar a otra?

**P4.** Sean $A$ y $B$ dos sucesos cualesquiera y $(A_i)_{i=1}^N$ una sucesión de eventos, muestre que:

*a*) $\mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - 1 \leq \mathbb{P}(A \cap B)$

*b*) Sea $N \in \mathbb{N}$, $\sum_{i=1}^N \mathbb{P}(A_i) - (N-1) \leq \mathbb{P}(\cap_{i=1}^N A_i)$

*c*) Si $\mathbb{P}(B) = 1$, entonces $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A)$

**Soluciones:**

**P1.** Podemos notar que en total tenemos que ordenar a 9 personas en 9 posiciones. En tales 9 posiciones hay 4 en las que son pares (2, 4, 6 y 8), la misma cantidad que el número de mujeres por ordenar, por lo tanto basta con realizar una permutación para saber cuántos ordenes existen para las mujeres:

$$P_4 = 4!$$

sin embargo, por cada configuración de mujeres existe una que considera el orden de los hombres, como los espacios que sobran (impares) son la misma cantidad que hombres por ordenar, entonces las formas de ordenar hombre también equivalen a una permutación, esta vez es: $P_5 = 5!$. Por lo tanto hay:

$$P_4 \times P_5 = 4! \times 5! = 2880$$

formas de ordenar a 4 mujeres y 5 hombres tal que las mujeres queden en los espacios pares.