

GUIA #2

1. Llegan autos a una caseta de pago de peaje de acuerdo con un proceso de Poisson con media de 80 autos por hora. Si el empleado hace una llamada telefónica de 1 minuto, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 1 auto llegue durante la llamada?
2. Una gran tienda de artículos eléctricos descubre que el número X de tostadores vendidos por semana obedece a una ley de Poisson de media 10. La ganancia de cada tostador vendido es de 5000 pesos. Sin embargo, un lunes se encuentran con que sólo les quedan 10 tostadores, y que a lo largo de esa semana no van a poder traer más de la bodega. Determinar la distribución de las ganancias totales (en pesos) en concepto de tostadores de pan a lo largo de esa semana.
3. Para ir de la Facultad a su casa, usted tiene dos opciones: puede esperar el bus de la línea A en el paradero correspondiente, o bien el bus de la línea B en otro paradero. Los tiempos T_A y T_B (en minutos) que tarda en pasar el siguiente bus de la línea respectiva son variables aleatorias exponenciales independientes de parámetros λ_A y λ_B , respectivamente. Suponga que usted escoge el paradero al azar, independiente de T_A y T_B . Sea T su tiempo de espera para abordar al bus.

- a) Muestre que $P(T_A < T_B) = \frac{\lambda_A}{\lambda_A + \lambda_B}$.
- b) Si a los t minutos usted sigue en el paradero, ¿cuál es la probabilidad de que esté esperando el bus de la línea A ? Suponiendo $\lambda_B > \lambda_A$, ¿qué ocurre cuando t es grande?
- c) Usted cambia su estrategia: se ubica a medio camino entre los paraderos, y apenas visualiza el primer bus que viene llegando, usted corre al paradero correspondiente y aborda el bus. ¿Cuál es la distribución de T con esta estrategia?

4. Sea X una v.a. con densidad

$$f(x) = \begin{cases} \alpha e^{\beta x} & x > C \\ 0 & x \leq C \end{cases}$$

Determine condiciones sobre α, β, C para que $f(x)$ este bien definida.

5. En un ataque aéreo la misión es destruir una pista de aterrizaje. El sector donde cae la bomba queda inutilizado en su ancho si ésta cae a lo sumo 10 metros del eje central de la pista. La distancia de impacto al eje central de la pista es una v.a. con función de densidad definida por:

$$f(x) = \begin{cases} C(30+x) & \text{para } -30 \leq x \leq 0 \\ C(30-x) & \text{para } 0 \leq x \leq 30 \end{cases}$$

- a) Determine el valor de la constante C para que $f(x)$ esté bien definida.
 - b) Si para inutilizar la pista se necesitan por lo menos k impactos. ¿Cuál es la probabilidad de lograr el objetivo si en el ataque se lanzan n bombas.
 - c) Si $k = 1$, determine cuántas bombas se deben lanzar para inutilizar la pista con probabilidad 0,95
6. Se dispone de un cordel de largo L , el cual se corta en un punto escogido al azar (es decir, uniformemente).
 - a) Sea X el largo del trozo mayor. Muestre que X es una variable uniforme en el intervalo $[L/2, L]$.
 - b) ¿Cuál es la probabilidad de que el largo del trozo mayor sea a lo más 4 veces el largo del trozo menor?
 7. Suponga que la duración de un instrumento electrónico de marca A tiene distribución $N(\mu = 40, \sigma = 4)$ y la duración de un instrumento electrónico de marca B tienen distribución $N(\mu = 43, \sigma = 2)$. Suponga que la duración de los instrumentos son independientes.
 - a) Si usted puede comprar uno sólo. ¿Cuál debe preferir para usarlo por un período de 44 horas? ¿Cuál para usarlo por un período de 47 horas?

- b) Si usted puede comprar dos instrumentos (dos de una misma marca o uno de cada marca) ¿Qué combinación compraría si necesita usarlo por 92 horas?
- c) Si usted puede comprar uno sólo, pero pretende usarlo en conjunto con otro dispositivo que aumenta al doble la duración del instrumento. ¿Cuál debo comprar para usarlo por un período 92 horas?
8. El cloroformo, que en su forma gaseosa es un agente cancerígeno, está presente en pequeñas cantidades en las 240,000 fuentes públicas de agua de un país del norte.
- a) Si la media y la desviación estándar de las cantidades de cloroformo presentes en las fuentes de agua son 34 y 53 microgramos por litro (mg/L), respectivamente, explique por qué las cantidades de cloroformo no tienen una distribución normal.
- b) Que puede decir sobre la probabilidad de que una fuente tenga más de 300 mg/L?
9. Sea X una variable aleatoria Uniforme de parámetros $(0, a)$ con $a > 0$. Sea $Y = X^n$.
- a) Determine la función de densidad de Y (Ind: Calcule la distribución acumulada de Y).
- b) Determine $E(Y)$.
- c) Determine la Varianza de Y .
10. Sea X una variable aleatoria con ley Exponencial(λ), para $\lambda > 0$.
- a) Sea $Z := \lceil X \rceil$ la v.a. cajón superior de X . Es decir,
- $$Z = k \iff k-1 < X \leq k, \quad k \in \{1, 2, 3, \dots\}.$$
- Demuestre que Z sigue una ley geométrica de parámetro p . Calcule p .
- b) Sea $Y := X - \lfloor X \rfloor$ la v.a. continua definida como la parte decimal de X . Es decir,
- $$Y = d \text{ con } d \in [0, 1) \iff X = k+d, \quad k \in \{0, 1, 2, \dots\}$$
- Calcule F_Y , la función de distribución de Y . Calcule f_Y la densidad de Y .