Auxiliar 2

Espacios de eventos equiprobables.

Profesor: Vicente Acuña
Auxiliares: Sebastián López, Bruno Hernández

E1. Iván y Benjamín son dos compañeros que se están iniciando en el mundo del poker. El poker es un juego de cartas del naipe inglés (52 cartas), consta de recoger 5 cartas del mazo, al azar, y comparalas tratando de conseguir ciertas configuraciones predefinidas.
Es en este contexto en que estos dos novatos amigos se ponen a jugar. Un día, Iván consigue obtener una escalera (5 cartas consecutivas sin importar la pinta, eg. A,2,3,4,5) y Benjamín consigue obtener un FULL (un trío y un par a la vez). Como son novatos y no conocen bien la jerarquía de las jugadas, se proponen un método de reconocer cuál es la jugada que le gana a la otra: si una mano es más difícil de obtener, merece más puntaje en el juego, por lo tanto la mano con menor probabilidad de salir es la que debería ganar.

Calcule la probabilidad de obtener una escalera y la probabilidad de obtener un FULL y decida quién es el ganador de esta partida de poker.
Obs: La escalera no "da la vuelta"para todas las cartas, sólamente para el As. Por ejemplo; la elección Q,K,A,2,3 no se considera una escalera, pero si es escalera la configuración 10,J,Q,K,A.

E2. Sea $p \in (0,1)$, la probabilidad de que salga cara en una moneda cargada, por lo tanto la probabilidad de sacar sello corresponde a $1-p$, este es un ejercicio sencillo que usted podría demostrar en su casa. Sin embargo, si $n, k \in \mathbb{N}$, son números naturales cualesquiera, con $k \leq n$, ¿Cuál es la probabilidad de sacar exáctamente k caras, al lanzar n veces la moneda?

Suponga que cada lanzamiento es independiente de los demás. Estas probabilidades son conocidas como "distribución Binomial de prámetros n y p".

E3. Probar que:

$$\binom{n+m}{k} = \binom{n}{0}\binom{m}{k} + \binom{n}{1}\binom{m}{k-1} + \cdots + \binom{n}{k}\binom{m}{0}$$

E4. Probar que:

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$