MA2002-2 Cálculo Avanzado y Aplicaciones.
Profesor: Juvenal Letelier.
Auxiliar: Roberto Gajardo Pizarro.

Auxiliar 14: Ecuaciones en Derivadas Parciales (Parte 2).

24 de Junio de 2019

P1. En este ejercicio resolveremos la **ecuación de calor**. Considere una barra de largo $L = \pi$ con un coeficiente de difusividad térmica $\alpha > 0$. Esta barra posee un extremo aislado y la temperatura inicial de la barra en cada punto de esta está dada por una función $f(x)$. En resumen, se tiene el siguiente problema:

$$u_t - \alpha u_{xx} = 0 \; ; \; 0 < x < L \; , \; t > 0$$
$$u(0,t) = 0 \; ; \; t > 0$$
$$u_x(L,t) = -\beta u(L,t) \; ; \; t > 0 \; ; \; \beta > 0$$
$$u(x,0) = f(x) \; ; \; 0 < x < L$$

Resuelva usando el método de separación de variables.

P2. Considere el siguiente problema:

$$u_{tt} - u_{xx} = 4\sin(2x) \; ; \; 0 < x < \pi \; , \; t > 0$$
$$u(0,t) = u(\pi,t) = 0 \; ; \; t > 0$$
$$u(x,0) = 0 \; ; \; 0 < x < \pi$$
$$u_t(x,0) = \pi - x \; ; \; 0 < x < \pi$$

a) Muestre que no es posible resolver este problema usando directamente separación de variables.

b) Haga el cambio de variables $v(x,t) = u(x,t) - \sin(2x)$ y resuelva el problema.

P3. Resuelva la siguiente ecuación a derivadas parciales:

$$u_t - u_{xx} = 0 \; ; \; -\infty < x < \infty$$

a) Usando la condición inicial $u(x,0) = e^{-2|x|}$.

b) Usando la condición inicial $u(x,0) = e^{-x^2}$.