MA2002-2 Cálculo Avanzado y Aplicaciones.
Profesor: Juvenal Letelier.
Auxiliar: Roberto Gajardo Pizarro.

Auxiliar 8: Series de potencias y función de variable compleja.

6 de Mayo de 2019

P1. a) Demuestre que la función (real) $u(x,y) = e^{-x}(x\sin(y) - y\cos(y))$ es armónica.

b) Encuentre su conjugada armónica $v(x,y)$ tal que la función de variable compleja $f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$ sea analítica.

c) Escriba $f(z)$ como función de la variable compleja z.

P2. Calcule el radio de convergencia de la siguientes series:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} z^n$

b) $\sum_{n=0}^{\infty} (3 + (-1)^n)^n z^n$

c) $\sum_{n=0}^{\infty} (n + a^n) z^n$; $a > 1$.

P3. Sea $a \in \mathbb{R}$. Encuentre el radio de convergencia R de la serie de potencias

$$\sum_{k=0}^{\infty} c_k z^k$$

Donde

$$c_k = \begin{cases} a+1 \ ; \ k \text{ par} \\ 1 \ ; \ k \text{ impar} \end{cases}$$

Compruebe además que, para z tal que $0 \le |z| \le 1$:

$$\sum_{k=0}^{\infty} c_k z^k = \frac{a+1+z}{1-z^2}$$