MA2002-2 Cálculo Avanzado y Aplicaciones.
Profesor: Juvenal Letelier.
Auxiliar: Roberto Gajardo Pizarro.

Auxiliar 5: Teorema de Stokes.

15 de Abril de 2019

P1. Verifique el teorema de Stokes para $\vec{G}(x,y,z) = y\hat{i} + z\hat{j} + x\hat{k}$ sobre la superficie

$$S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 | z^2 = 4 - x \ , \ x \geq y^2 \ , \ y > 0 \ , \ z > 0\}$$

tal que el vector normal cumple que $\hat{n} \cdot \hat{i} > 0$

P2. Considere el siguiente campo vectorial:

$$\vec{F}(x,y,z) = (3x^2y - 3z + e^x \sin(z))\hat{e}_1 + x^2\hat{e}_2 + (e^x \cos(z) - 3x)\hat{e}_3$$

a) Calcule $\nabla \times \vec{F}$.

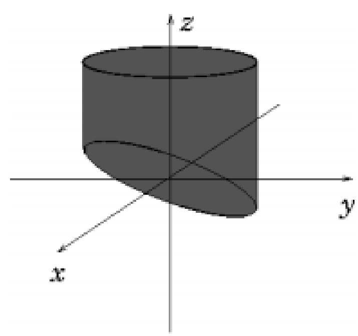
b) Considere la curva Γ parametrizada por:

$$\Gamma : \quad \vec{\sigma}(t) = (\cos(t), \sin(t), \cos(t)) \ ; \ t \in [0, 2\pi]$$

Calcule:

$$\oint_\Gamma \vec{F} \cdot d\vec{r}$$

Indicación: Γ es el borde inferior de la porción de cilindro de la siguiente figura:



P3. Considere el siguiente campo vectorial en coordenadas cilíndricas:

$$\vec{V}(x,y,z) = (2\theta + \sqrt{2+\rho^2})\hat{\rho} + \frac{e^{\theta^2}}{\rho}\hat{\theta} + (\theta^2 + ln(1+z^2))\hat{z}$$

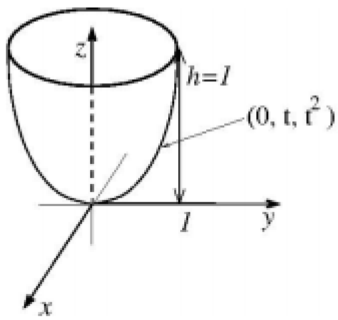
a) Calcule $\nabla \times \vec{V}$.

b) Calcule:

$$\oint_{\partial S} \vec{V} \cdot d\vec{r}$$

Con $S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 | x^2 + y^2 = 1 \ , \ 0 \leq z \leq x \ , \ y \geq 0\}$ y tal que ∂S está orientada de $(1,0,0)$ a $(0,1,0)$ a $(1,0,1)$.

P4. Verifique el teorema de Stokes para el campo vectorial $\vec{F}: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definido por $\vec{F}(x, y, z) = (z, x, y)$, usando como superficie de integración el paraboloide S generado por la revolución de la curva $\vec{\sigma}(t) = (0, t, t^2)$, $t \in [0, 1]$ en torno al eje z, representado en la figura siguiente:



Considere la normal apuntando hacia abajo del paraboloide.