MA1102 Álgebra Lineal
Profesor: Alexander Frank Marambio
Auxiliar: Kevin Pinochet Hernández

Auxiliar 13

19 de junio de 2019

P1. Recordemos que la traza de una matriz es la suma de los elementos de la diagonal.

a) Muestre que para matrices A y $B \in \mathbb{R}^{n\times n}$ cualesquiera, se tiene que $tr(AB) = tr(BA)$.

b) Sea $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ una matriz diagonalizable. Muestre que la traza de A es igual a la suma de sus valores propios.

P2. Para efectos de esta pregunta, se tomarán $A, B, P, D \in \mathbb{R}^{n\times n}$, con P invertible y D diagonal.

a) Sabiendo que A es invertible, demuestre que AB y BA tienen el mismo polinomio caracteristico.

b) Sabiendo que A es diagonalizable, pruebe que si A solo tiene un valor propio, entonces $A = \alpha I$, $\alpha \in \mathbb{R}$.

c) Sabiendo que A es diagonalizable, y que cumple que $\exists k \in \mathbb{N}$ tal que $A^k = 0$, demuestre que $A = 0$.

d) Sabiendo que A es diagonalizable, demuestre que A^t es diagonalizable y que las columnas de $P^{t^{-1}}$ forman una base de vectores propios de A^t

P3. Se define la sucesión de Fibonacci como la recurrencia de los números naturales donde el termino a_{n+1} es de la forma $a_{n+1} = a_n + a_{n-1}$, con $a_0 = 0$ y $a_1 = 1$.

En esta pregunta, se quiere demostrar que la razón entre numeros consecutivos de esta sucesión convergen a φ, con $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, conocido como número aureo. Es decir:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \varphi$$

Para esto:

a) Encuentre una matriz A, tal que $Ax = \begin{pmatrix} a_{n+1} \\ a_n \end{pmatrix}$

b) Encuentre explícitamente a_{n+1} y a_n. Concluya.
Indicacion: Note que puede escribir la sucesión de Fibonacci como un sistema de ecuaciones que dependen de a_n y a_{n-1}