MA1102 Álgebra Lineal
Profesor: Alexander Frank Marambio
Auxiliar: Kevin Pinochet Hernández

Auxiliar 11

7 de junio de 2019

P1. Sea $A \in K^{4\times 4}$ dada por: $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & a & a \\ 1 & a & 0 & a \\ 1 & a & a & 0 \end{pmatrix}$ donde a es un parámetro.

a) Demuestre que: $det(A - \lambda I_4) = (a+\lambda)^2(\lambda^2 - 2a\lambda - 3)$.

b) Para $a = 1$ calcule los valores y vectores propios de la matriz. ¿Es A diagonalizable?

P2. *a*) Sea A una matrix de $n \times n$ a coeficientes reales, tal que A es invertible. Pruebe que 0 no es valor propio de A. Pruebe que si λ es valor propio de A, entonces $\frac{1}{\lambda}$ es valor propio de A^{-1}

b) Sea $A \in K^{n\times n}$ invertible, demuestre que $A^{-1} = \alpha_n A^{n-1} + \alpha_{n-1}A^{n-2} + ... + \alpha_2 A + \alpha_1 I$. ¿Que puede concluir respecto a $det(A)$?

P3. Sea $\Pi \subseteq \mathbb{R}^3$ el plano de ecuación $x + y + z = 0$. Considere los vectores $\mathbf{p} \notin \Pi$, $\mathbf{p} = (1,1,2)^t$ y $\mathbf{q} \in \Pi$, $\mathbf{q} = (0,0,0)^t$. Sea $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^3 - \{0\}$, $\mathbf{d} = (a,b,c)^t$ tal que $a + b + c = 0$.

a) Verifique que la recta L que pasa por $\mathbf{q}$ con vector director $\mathbf{d}$ está contenida en el plano.

b) Determine $\mathbf{r}$ la proyección ortogonal de $\mathbf{p}$ sobre el plano Π.

c) Determine $\mathbf{s}$ la proyección de $\mathbf{r}$ sobre la recta L.

d) Muestre que el vector $\mathbf{p} - \mathbf{s}$ es ortogonal a $\mathbf{d}$.