MA1102 Álgebra Lineal
Tutor: Kevin Pinochet Hernández

Tutoria Movilizada

16 de mayo de 2019

P1. *a*) Sea $\mathcal{W}$ un e.v sobre $\mathbb{R}$, con $dim(\mathcal{W}) = n$, y $\mathcal{T} : \mathcal{W} \to \mathcal{W}$ una transformación lineal. Suponga que existe $w \in \mathcal{W} - Ker(\mathcal{T})$ tal que $Im(\mathcal{T}) =< \{w\} >$. Encuentre $dim(Ker(\mathcal{T}))$ y muestre que existe un número real $\alpha \neq 0$ tal que $\mathcal{T}(w) = \alpha w$.

b) Considere una transformación lineal $L : \mathcal{M}_{2,2}(\mathbb{R}) \to \mathbb{R}^3$ tal que:

$$Ker(L) = \left\langle \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \right\} \right\rangle, \quad L\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad y \ L\begin{pmatrix} -2 & -3 \\ 4 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

i) Justifique porqué L queda completamente determinada con esta información.

ii) Encuentre una expresión para $L\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$.

iii) Encuentre las dimensiones de $\mathrm{Ker}(L)$, $\mathrm{Im}(L)$. ¿ Es L epiyectiva? Justifique.

P2. Sea $\beta = \{1, x, x^2\}$ la base canónica del espacio $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$. Considere:

$$Q = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Encuentre la base β' tal que Q sea representante de la identidad de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ con las bases β' en la partida y β en la llegada.

b) Sea $T : \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \longrightarrow \mathbb{R}^3$ la transformación lineal cuya matriz representante con respecto a las bases canónicas es:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Calcule la matriz representante de T con respecto a las bases β' en $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ y la canónica en $\mathbb{R}^3$

c) Encuentre T explícitamente.

P3. Dadas $\alpha = \{e^1, e^2, e^3\}$, $\beta = \{v^1, v^2, v^3\}$, $\gamma = \{v^1 + v^3, v^1 + 2v^2, v^2 + v^3\}$ y $\delta = \{w^1, w^2, w^3\}$ bases de $\mathbb{R}^3$ con α la base canónica de $\mathbb{R}^3$, y conociendo:

$$[f]^{\beta\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix} \qquad [f]^{\gamma\delta} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

i) Demuestre que f es biyectiva y calcule $[f^{-1}]^{\alpha\beta}$

ii) Calcule $[id]^{\beta\gamma} \cdot [f]^{\gamma\delta}$

iii) Encuentre los vectores de la base δ escritos en coordenadas de la base α, utilizando para ello $[id]^{\alpha\delta}$