MA1102 Álgebra Lineal
Profesor: Alexander Frank Marambio
Auxiliar: Kevin Pinochet Hernández

Auxiliar 7

3 de mayo de 2019

P1. Considere la siguiente transformación $T : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ dada por:

$$T\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x+y+z+w \\ 2x+y-z \\ x-y+z-w \end{pmatrix}$$

a) Demuestre que T es una transformación lineal.

b) De bases para $Ker(T)$ e $Im(T)$.

P2. Considere el conjunto $B = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ contenido en $\mathbb{R}^4$. Sea $T : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^4$ una transformación lineal tal que:

$$T\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}; \qquad T\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

a) Demuestre que B es base.

b) Argumente que $dim(Im(T))$ es mayor o igual que 2. Suponga además que $Im(T) \subseteq Ker(T)$, calcule las dimensiones del $Ker(T)$ y de la $Im(T)$. De bases de la imagen y del núcleo de la transformación T.

c) Estudie inyectividad y epiyectividad de T

P3. Sea $P = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ y Π el plano de ecuación cartesiana $x_1 - x_2 + x_3 = 1$

a) Encuentre la ecuación vectorial de Π.

b) Encuentre la ecuación de la recta L que intersecte en un punto a Π y pasa por P. Pruebe que L es un s.e.v.a.

P4. *a*) Considere los puntos $P = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $Q = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ y $R = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$.

Verifique que los puntos son no colineales y encuentre la ecuacíon vectorial y cartesiana del plano Π_1 que los contiene.

b) Dadas L_1 y L_2 definidas por:

$$L_1 : \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}, t \in \mathbb{R} \qquad L_2 : \begin{cases} 3x+y+4=0 \\ z=-5 \end{cases}$$

Verifique que L_1 y L_2 son paralelas y distintas, y encuentre la ecuación vectorial del plano Π_2 que las contiene.

c) Encuentre la ecuación vectorial de la recta L que se obtiene como la intersección de los planos Π_1 y Π_2.

d) Encuentre el punto S de intersección de las rectas L_1 y L y verifique que S satisface la ecuación cartesiana del plano Π_1.