

MA1102 Álgebra Lineal**Profesor:** Alexander Frank Marambio**Auxiliar:** Kevin Pinochet Hernández**Auxiliar 2**

30 de marzo de 2019

P1.

$$\left\{ \begin{array}{rrrr} x_1 & + & x_2 & + & x_3 & = & 1 \\ 2x_1 & + & 2x_2 & + & x_3 & = & 2 \\ & & x_2 & + & x_3 & = & 1 \end{array} \right\} \quad \left\{ \begin{array}{rrrr} x_1 & - & x_2 & - & x_3 & = & 2 \\ 2x_1 & + & x_2 & - & 2x_3 & = & 1 \\ x_1 & + & 4x_2 & + & x_3 & = & 1 \end{array} \right\}$$

- a) Escriba los sistemas anteriores en sus formas matriciales respectivas, es decir, de la forma $Ax = b$ con $x \in \mathbb{R}^n$.
 b) Encuentre el vector x tal que $Ax = b$ para cada uno de los sistemas.
 c) Resuelva a) y b) con el siguiente sistema (Calcule α, β, γ):

$$\left\{ \begin{array}{rrrr} 3 \csc \alpha & - & 3 \cos \beta & - & 3 \tan \gamma & = & 6 \\ 4 \csc \alpha & + & 2 \cos \beta & - & 4 \tan \gamma & = & 2 \\ \csc \alpha & + & 4 \cos \beta & + & \tan \gamma & = & 1 \end{array} \right\}$$

P2. a) Considere el sistema lineal

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ \frac{1}{2} & b & 1 \\ a & 2b & 2a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{2} \\ b \end{pmatrix}$$

donde $a, b \in \mathbb{R}$ son parámetros. Determine los valores de a y b tales que el sistema: tenga solución única, tenga infinitas soluciones, no tenga soluciones.

b) Sea

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \in K^{4,4}$$

Calcule, escalonando, A^{-1} y luego extienda el caso donde ésta matriz sea de dimensión n, n

P3. a) Sean $A, B \in K^{n \times n}$. Pruebe que AB es invertible $\Leftrightarrow A$ y B son invertibles.b) Sea $A \in K^{n \times n}$. Demuestre que si $XA = AX, \forall X \in K^{n \times n} \Leftrightarrow A = \alpha I_n$, con $\alpha \in \mathbb{R}$ c) Sea $C \in K^{n \times n}$ antisimétrica, esto es $C^t = -C$. Demuestre que $c_{ii} = 0, \forall i$.d) Sea $B \in K^{n \times n}$ tal que B es invertible y $B^5 - B = 0$. Calcule B^{-1} **P4.** (Propuesto) Sea $D \in \mathbb{R}^{n,n}$ una matriz diagonal con coeficientes todos distintos, y consideremos $A, B, M, S \in \mathbb{R}^{n,n}$.a) Demuestre que si $MD = DM$ entonces M es diagonal.b) Sea S invertible, tal que $S^{-1}AS$ y $S^{-1}BS$ son diagonales. Pruebe que $AB = BA$.c) Sea S invertible, tal que $S^{-1}AS = D$. Suponiendo que $AB = BA$, verifique que $S^{-1}AB$ y $S^{-1}BS$ conmutan y concluya que $S^{-1}BS$ es diagonal.