

**MA1102 Álgebra Lineal****Profesor:** Alexander Frank Marambio**Auxiliar:** Kevin Pinochet Hernández**Auxiliar 1**

20 de marzo de 2019

- P1.** a) Sean  $A, B \in K^{n,n}$  simétricas, demuestre que  $AB$  es simétrica, si solo si se cumple que  $AB = BA$ .  
b) Una matriz  $M \in K^{n,n}$  se llama idempotente si cumple que  $M^2 = M$ . Si se tienen las matrices  $C, D \in K^{n,n}$ , tales que  $C = CD$  y  $D = DC$ , demuestre que tanto  $C$  como  $D$  son idempotentes.

- P2.** a) Sea  $A \in \mathbb{R}^{n,n}$  invertible, tal que satisface la condición

$$A \cdot (A^2 + 3A + I) = 0$$

Pruebe que  $A^{-1} = -A - 3I$ .

- b) Demuestre que si  $A, B$  y  $(A + B^{-1})$  son matrices invertibles, entonces  $(A^{-1} + B)$  también es invertible y su inversa es  $A(A + B^{-1})^{-1}B^{-1}$

- P3.** Sea  $A \in \mathbb{R}^{m,n}$  una matriz tal que  $A^t A$  es invertible. Se define la matriz  $P \in \mathbb{R}^{m,m}$  como

$$P = I_{m,m} - A \cdot (A^t A)^{-1} \cdot A^t$$

donde  $I$  es la identidad de dimensión  $m$ . Demuestre que:

- a)  $P^2 = P$  y  $P \cdot A = 0_{m,m}$  donde  $0_{m,m}$  es la matriz nula de dimensión  $m$ .  
b) Las matrices  $A^t A$  y  $P$  son simétricas.  
c)  $P$  no es invertible.