MA1102 Álgebra Lineal
Profesor: Alexander Frank Marambio
Auxiliar: Kevin Pinochet Hernández

Auxiliar 9

15 de mayo de 2019

P1. Sea $\beta = \{1, x, x^2\}$ la base canónica del espacio $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$. Considere:

$$Q = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

a) Encuentre la base β' tal que Q sea representante de la identidad de $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ con las bases β' en la partida y β en la llegada.

b) Sea $T : \mathcal{P}_2(\mathbb{R}) \longrightarrow \mathbb{R}^3$ la transformación lineal cuya matriz representante con respecto a las bases canónicas es:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Calcule la matriz representante de T con respecto a las bases β' en $\mathcal{P}_2(\mathbb{R})$ y la canónica en $\mathbb{R}^3$

c) Encuentre T explícitamente.

P2. Dadas $\alpha = \{e^1, e^2, e^3\}$, $\beta = \{v^1, v^2, v^3\}$, $\gamma = \{v^1 + v^3, v^1 + 2v^2, v^2 + v^3\}$ y $\delta = \{w^1, w^2, w^3\}$ bases de $\mathbb{R}^3$ con α la base canónica de $\mathbb{R}^3$, y conociendo:

$$[f]^{\beta\alpha} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \end{pmatrix} \qquad [f]^{\gamma\delta} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

i) Demuestre que f es biyectiva y calcule $[f^{-1}]^{\alpha\beta}$

ii) Calcule $[id]^{\beta\gamma} \cdot [f]^{\gamma\delta}$

iii) Encuentre los vectores de la base δ escritos en coordenadas de la base α, utilizando para ello $[id]^{\alpha\delta}$

P3. Considere el espacio vectorial $U = \langle 1, x, x^2 \rangle$ y la transformación lineal $T : U \to U$ que a cada polinomio $p(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 \in U$ le asocia

$$T(p)(x) = a_0 + a_1 + a_2 + (a_0 + a_1 - a_2)x + (a_0 - a_1 + a_2)x^2.$$

a) Encuentre una matriz representante de T con respecto a la base canónica $\beta_U = \{1, x, x^2\}$ de U.

b) Determine la matriz de pasaje de la base β_U a la base $\beta'_U = \{x(x-1), x(x+1), (1-x)\}$.

c) Encuentre la matriz representante de T con respecto a la base β'_U.