MA1101-4 Introdución al Álgebra.
Profesor: Sebastián Donoso.
Auxiliar: Benjamín Jauregui.
Fecha: 16 de abril de 2019.

Auxiliar 5: Repaso C2

P1.- Sean $a, b \in \mathbb{N}$ dos números naturales tales que $a \leq b$. Considere los conjuntos

$$A = \{n \in \mathbb{N} \mid a \leq n \leq b\}$$
$$B = \{(x, y) \in A \times A \mid x \leq y\}$$

De define la función $f : \mathcal{P}(A)\backslash\{\phi\} \to B$ como $f(X) =$(min X,max X) en donde min X y max X denotan a los elementos mínimos y máximos de X, respectivamente.

i) Demuestre que f es epiyectiva.

ii) Dmuestre que si $b \geq a + 2$ entonces f no es epiyectiva.

Indicación: Asuma (sin demostrarlo) que la función esta bien definida, es decir, el mínimo y máximo de un conjunto finito existe y es único.

P2.- Sea A, B dos conjuntos cualquiera.

i) Demuestre que $\phi \notin \mathcal{P}(A)\backslash\mathcal{P}(B)$

ii) Demuestre que $\mathcal{P}(A\backslash B) \subseteq (\mathcal{P}(A)\backslash\mathcal{P}(B)) \cup \{\phi\}$

iii) Encuentre A y B tales que $\mathcal{P}(A\backslash B) \neq (\mathcal{P}(A)\backslash\mathcal{P}(B)) \cup \{\phi\}$

P3.- Sean $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ y $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ funciones biyectivas. Determine explicitamente las expresiones que definen a f y g sabiendo que $(g \text{ o } f)(x) = \frac{3x+2}{9x^2+12x+5}$ y $f^{-1}(y) = \frac{y-2}{3}$ en cada $y \in \mathbb{R}$.

P4.- Se define el conjunto

$$\mathcal{F} = \{f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \mid (\exists a \in \mathbb{R})(\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = ax^2\}$$

Se define la función $\varphi : \mathcal{F} \to \mathbb{R}$ por $\varphi(f) = f(2)$. Demuestre que φ es biyectiva.

P5.- **(Propuesto)** Sea A, B dos conjuntos fijos cualquiera. Sea

$$\mathcal{G} : \mathcal{P}(A) \times \mathcal{P}(B) \to \mathcal{P}(A \cup B)$$
$$(X, Y) \to \mathcal{G}(X, Y) = X \cup B$$

i) Demuestre que $\mathcal{G}$ es epiyectiva.

ii) Suponga que $A \cap B = \phi$. Demuestre que $\mathcal{G}$ es inyectiva.

iii) Suponga ahora que $A = \{1, 2\}$ y $B = \{2, 3\}$. Demuestre que $\mathcal{G}$ **no** es inyectiva.