MA1101-4 Introdución al Álgebra.
Profesor: Sebastián Donoso.
Auxiliar: Benjamín Jauregui.
Fecha: 5 de abril de 2019.

Auxiliar 3: Conjunto Potencia, particiones y repaso C1

P1.- Sea $\mathcal{U}$ un conjunto universo y $A, B \subseteq \mathcal{U}$. Demuestre que

$$A = B \iff \mathcal{P}(A) = \mathcal{P}(B)$$

P2.- Para cada $n \in \mathbb{N}$ se define

$$D_n = \{(x, y) \in \mathbb{N} \mid x + y = n\}$$

Demuestre que $\mathcal{C} = \{D_n \mid n \in \mathbb{N}\}$ es una partición de $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$.

Recuerdo: Una colección de conjuntos $\mathcal{C}$ es una partición del conjunto A si se cumple que

- $\forall B \in \mathcal{C}, B \neq \phi$.
- $\forall B, D \in \mathcal{C}, B \neq D \implies B \cap D = \phi$.
- $\bigcup_{B \in \mathcal{C}} B = A$

P3.- Sea a_n una secuencia dada por

$$a_n = 10^n + 2, \forall n \in \mathbb{N}^*$$

Demuestre usando que inducción que a_n es divisible por 6 para todo $n \in \mathbb{N}^*$

P4.- Demuestre usando inducción, que $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 1$ se tiene que

$$\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + ... + \frac{1}{2n+1} \leq \frac{5}{6}$$

P5.- Sea U un conjunto universo, $A, B \subseteq U$ y $A \neq \phi$. Para un conjunto $X \subseteq U$ se define un nuevo conjunto $C(X)$ como sigue:

$$C(X) = \begin{cases} X \backslash B & \text{si } A \cap X \neq \phi \\ X \cup B & \text{si } A \cap X = \phi \end{cases}$$

Demuestre que

i) $C(B) \in \{\phi, B\}$
ii) Para $X, Y \subseteq U, [(X \cap Y) \cap A \neq \phi] \implies [C(X \cap Y) = C(X) \cap C(Y)]$.
iii) $C(A) = A \backslash B$ y que $C(A)^c = C(A^c)$