MA1101-4 Introdución al Álgebra.
Profesor: Sebastián Donoso.
Auxiliar: Benjamín Jauregui.
Fecha: 15 de marzo de 2019.

Ingeniería Matemática
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS UNIVERSIDAD DE CHILE

Auxiliar 0: Lógica

Calentando motores

RESUMEN SEMANA 1 (PARCIAL)

Proposición 1 (Tautologías básicas). *Las siguientes son tautologías:*

- *Dominancia:* $p \vee V \iff V, p \wedge F \iff F$
- *Identidad:* $p \wedge V \iff p, p \vee F \iff p$
- *Idempotencia:* $p \wedge p \iff p, p \vee p \iff p$
- *Doble negación:* $\overline{\overline{p}} \iff p$
- *Tercio excluso:* $p \vee \overline{p} \iff V$
- *Consistencia* $p \wedge \overline{p} \iff F$ *Caracterización implicancia:* $p \implies q \iff \overline{p} \vee q$
- *Relajación:* $p \wedge q \implies q, p \implies p \vee q$
- *Absorción:* $p \vee (p \wedge q) \iff p, p \wedge (p \vee q) \iff p$

Proposición 2 (Álgebra booleana). *Las siguientes son tautologías*

- *Leyes de Morgan:* $\overline{p \wedge q} \iff \overline{p} \vee \overline{q}$
- *Conmutatividad de* $\wedge$ *y* $\vee$*:*
  - $p \vee (q \wedge r) \iff (p \vee q) \wedge (p \vee r)$
  - $p \wedge (q \vee r) \iff (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
- *Asociatividad de* $\vee$ *y* $\wedge$*:*
  - $p \vee (q \vee r) \iff (p \vee q) \vee r$
  - $p \wedge (q \wedge r) \iff (p \wedge q) \wedge r$

P1.- Usando tablas de verdad, demuestre que las siguientes proposiciones son tautologías

i) $\overline{p} \wedge \overline{q}$

ii) $\overline{p \vee q} \iff \overline{p} \wedge \overline{q}$

iii) $((q \vee s) \wedge p) \iff (q \wedge p) \vee (r \wedge p)$ **(propuesto)**

P2.- i) Determine el valor de verdad de las proposiciones p, q, t y s si se sabe que la siguiente proposición es verdadera:

$$\left[s \implies (t \vee \overline{t})\right] \implies \left[\overline{(p \implies q)} \wedge s \wedge \overline{t}\right].$$

¿Es esta proposición una tautología?

ii) **(Propuesto)** Determine los valores de verdad de las proposiciones p, q , w, s y t, si se sabe que la siguiente proposición es falsa

$$\left[(p \iff q) \wedge \overline{(w \implies s)} \wedge \overline{t}\right] \implies [s \vee (q \implies s)]$$

P3.- Demuestre que la siguiente proposición es una tautología mediante demostración simbólica

$$[(p \implies \overline{q}) \wedge (s \implies q)] \implies (p \implies \overline{s})$$

(Propuesto) Demuestre lo anterior usando demostración exploratoria en vez de simbólica.

P4.- Sean p, q, t y s proposiciones. Usando demostración exploratoria demuestre que la siguiente proposición es una tautología

$$[(p \implies q) \wedge (\overline{s} \implies \overline{t})] \implies [\overline{p} \vee \overline{t} \vee (q \wedge s)]$$

P5.- Se define el conectivo lógico $*$ a través de la siguiente tabla de verdad.

p	q	p$*$q
V	V	F
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Escriba la siguientes proposiciones, utilizando sólo este nuevo conector lógico.

i) Negación ($\hat{p}$)

ii) Disyunción a.k.a. 'O' lógico ($p \vee q$)

iii) Conjunción ($p \wedge q$)

iv) Implica ($p \implies q$) **(propuesto)**