MA1101-2 Introducción al Álgebra
Profesor: Leonardo Sánchez C.
Auxiliar: Marcelo Navarro

Auxiliar 4: Conjuntos II

09 de Abril de 2019

- Se define el conjunto potencia o partes de un conjunto como: $\mathcal{P}(A) = 2^A = \{X : X \subseteq A\}$
- Se define el producto cartesiano entre A y B como: $A \times B = \{(a,b) : a \in A \wedge b \in B\}$
- $x \in \bigcup_{\lambda \in \Lambda} A_\lambda \iff (\exists \lambda \in \Lambda, x \in A_\lambda)$
- $x \in \bigcap_{\lambda \in \Lambda} A_\lambda \iff (\forall \lambda \in \Lambda, x \in A_\lambda)$
- $\mathcal{G} \subseteq P(A)$ es partición de A si se cumple:
  1. $\forall C \in \mathcal{G}, C \neq \emptyset$
  2. Los elementos de $\mathcal{G}$, son disjuntos de a pares, es decir, $\forall C_1, C_2 \in \mathcal{G}$, si $C_1 \neq C_2$, entonces $C_1 \cap C_2 = \emptyset$
  3. $\mathcal{G}$ cubre a A, es decir, $\bigcup_{C \in \mathcal{G}} C = A$
- Sea $S \neq \emptyset$, Las particiones triviales de S son:
  - $\mathcal{G} = \{S\}$
  - $\mathcal{G} = \{\{x\} : x \in S\}$

P1. Sean $A, B \subseteq E$ y $C, D \subseteq F$. Pruebe que:

a) $(A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$

b) $A \times (C \cap D) = (A \times C) \cap (A \times D)$

P2. Sean A y B subconjuntos de un universo $\mathcal{U}$. Demuestre que:

a) $A \cap B = \emptyset \iff P(A) \cap P(B) = \{\emptyset\}$

b) $[P(A) \cup P(B) = P(A \cup B)] \iff [A \subseteq B \vee B \subseteq A]$.

P3. Probar que $P = \{X : X = \{-x, x\} \text{ y } x \in \mathbb{N} \cup \{0\}\}$ es una partición de $\mathbb{Z}$.

P4. Dado $n \in \mathbb{R}$ define el siguiente conjunto en $\mathbb{R}^2$:

$$L_n = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x + n\}$$

Pruebe que $\mathcal{C} = \{L_n \mid n \in \mathbb{R}\}$ es partición del plano cartesiano ($\mathbb{R}^2$).