

MA1001-9 Introducción al Cálculo

Profesor: Amitai Linker

Auxiliares: Vicente Salinas

Dudas: vicentesalinas@ing.uchile.cl



Auxiliar 8: Axioma del supremo y repaso Trigonometría

02 de Mayo del 2019

P1. Para cada uno de los siguientes conjuntos determine su acotamiento, la existencia de ínfimos y supremos y la existencia de mínimos y máximos.

a) $\{x \in \mathbb{R} \mid |x^2 + 3x| > 4\}$

c) $\mathbb{Q} \cap [-\sqrt{2}, 2)$

b) $\{x \in \mathbb{R} \mid x + \frac{1}{x} < 2\}$

d) $\{\frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}^*\}$

P2. Pruebe las siguientes propiedades:

a) Si $A \subseteq B$, $\sup(A) \leq \sup(B)$

b) $\sup(A) = -\inf(-A)$

c) $\sup(A \cup B) = \max\{\sup(A), \sup(B)\}$

d) $\sup(A \cap B) \leq \min\{\sup(A), \sup(B)\}$

P3. Resuelva las siguientes ecuaciones:

a) $\sin(x) + \sqrt{3} \cos(x) = 1$

b) $2 \cos^2(x) + 2 \cos^2(x) \cos(2x) - 20 \cos^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) \sin^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{4}\right) + 1 = 0$

c) $\sin(x) - \cos(3x) = \cos(5x) - \sin(3x)$

P4. a) Demuestre la identidad

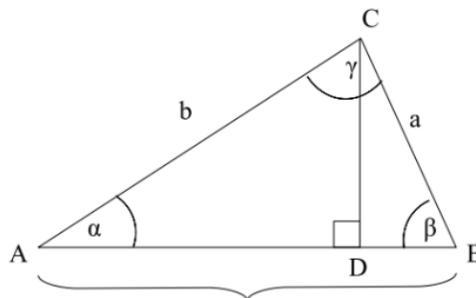
$$\forall \alpha \in \mathbb{R}, \sin^4(\alpha) + 4 \cos^2(\alpha) = (1 + \cos^2(\alpha))^2$$

b) Use a) para probar la identidad

$$\left(\sqrt{\sin^4(\alpha) + 4 \cos^2(\alpha)} - \cos(2\alpha)\right)^2 = \cos^4(\alpha) + 4 \sin^2(\alpha)$$

P5. Considere el siguiente triángulo con área S

Demuestre $a^2 \sin(2\beta) + b^2 \sin(2\alpha) = 4S$



Recuerdos y Consejos

Definición (Supremo) Diremos que un conjunto A posee supremo, si existe un real s que satisface las siguientes condiciones:

1. s es una cota superior de A .
2. Cualquier otra cota superior de A es mayor que s .

Al real s , lo llamaremos supremo de A y se denotará por $\sup A$.

Observación: Con la definición anterior el supremo es la menor de todas las cotas superiores.

Definición (Ínfimo) Diremos que un conjunto A posee ínfimo, si existe un real u que satisface las siguientes condiciones:

1. u es una cota inferior de A .
2. Cualquier otra cota inferior de A es menor que u .

Al real u , lo llamaremos ínfimo de A y se denotará por $\inf A$.

Axioma 8. (Axioma del Supremo) Todo conjunto no vacío y acotado superiormente posee un supremo.

Definición (Máximo) Diremos que un conjunto A posee máximo, si posee una cota superior que pertenece al conjunto.

Definición (Mínimo) Diremos que un conjunto A posee mínimo, si posee una cota inferior que pertenece al conjunto.