MA1001-9 Introducción al Cálculo
Profesor: Amitai Linker
Auxiliares: Vicente Salinas
Dudas: vicentesalinas@ing.uchile.cl

Auxiliar 14

21 de Junio de 2019

P1. Calcule por definición la derivada de:

a) $\cosh(x)$ *b)* $\sinh(x)$ *c)* $x\sin(x)$

P2. Calcule las siguientes derivadas, usando álgebra de derivadas:

a) $\tanh(x)$ **Ind: Use P1** *b)* $x^3(x^2-1)^2$ *c)* $\dfrac{2x^4}{b^2-x^2}$

P3. Calcule las siguientes derivadas, usando la derivada de la función inversa:

a) $arccos(x)$ *b)* $\arctan(x)$ *c)* $\log_2(x)$ **Ind: Use P6**

Repaso C6

P4. Demuestre usando la definición $\varepsilon - m$ que $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1}{\sqrt{x}} = 0$

P5. Determine las asíntotas de $\dfrac{xe^x}{e^x - x}$

P6. Sea $a > 0$, demuestre que:

$$\lim_{x\to 0}\frac{a^x - 1}{x} = \ln(a)$$

Use este resultado para calcular:

$$\lim_{x\to 4}\frac{2^x - 16}{x-4}$$

Indicación: Use para un u conveniente que: $\lim\limits_{u\to 0}\dfrac{e^u - 1}{u} = 1$

Propuestos

1. Determine las asíntotas oblicuas de $\dfrac{2x^3 - 3x^2 + 1}{x^2 + 1}$ y $x \ln\left(e + \dfrac{1}{x}\right)$
2. Calcule los siguientes límites: $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{mx} - 1}{\sin(x^2)} \ln(1 + 2x)$ y $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{exp(x\ln(x)) - 1}{x - 1}$
3. Demuestre por definición $\varepsilon - \delta$ que: $\lim\limits_{x\to 5} \dfrac{x^2 + 5}{x^2 + 2x} = \dfrac{6}{7}$ y $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} \sin(x)x = \dfrac{\pi}{2}$

   Respuestas $P1 : a)$ solo $y = 2x - 3$ $b) y = x + \dfrac{1}{e}$ y $P2 : a) 2m$ $b) 1$

Recuerdos y Consejos

Límites conocidos

1. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^x - 1}{x} = 1$
2. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(x)}{x - 1} = 1$
3. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin(x)}{x} = 1$
4. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos(x) - 1}{x^2} = \dfrac{1}{2}$

Asíntotas

Si $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x) = \infty$ o $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x) = \infty$, se dice que f tiene una asíntota vertical, $x = x_0$.
Si $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = L < \infty$, se dice que f tiene una asíntota horizontal hacia el ∞, $y = L$ (similar con $-\infty$).
Si $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \infty$, $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{f(x)}{x} = m$ y $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) - mx = n$, se dice que f tiene una asíntota oblicua hacia el ∞, $y = mx + n$ (similar con $-\infty$).

Definición derivada: Sea $f(x)$, llamaremos $f'(x)$ a su derivada en el punto x

$$f'(x) := \lim_{h\to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Álgebra de derivadas:
Linealidad: $(f + g)'(x) = f'(x) + g'(x)$ y $(\lambda f)'(x) = \lambda f'(x)$
Regla del producto $(fg)'(x) = f'(x)g(x) + g'(x)f(x)$
Regla de la división sea $g(x) \neq 0$ $\left(\dfrac{f}{g}\right)'(x) = \dfrac{f'(x)g(x) - g'(x)f(x)}{g(x)^2}$
Regla de la cadena $(f(g(x))' = f'(g(x))g'(x)$

Algunas derivadas conocidas:

1. $(c)' = 0$
2. $(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha - 1}$
3. $(e^x)' = e^x$
4. $(\ln(x))' = \dfrac{1}{x}$
5. $(\cos(x))' = -\sin(x)$
6. $(\sin(x))' = \cos(x)$