MA1001-9 Introducción al Cálculo
Profesor: Amitai Linker
Auxiliares: Vicente Salinas
Dudas: vicentesalinas@ing.uchile.cl

Auxiliar 3: Geometría Analítica

29 de Marzo del 2019

P1. [Calentando motores:]

a) Sean $A = (-4, 3)$ y $B = (6, -1)$, encuentre la ecuación general y principal de la recta que pasa por A y B

b) Considere la circunferencia $x^2 + y^2 = r^2$ y el punto (x_0, y_0), que pertenece a la circunferencia. ¿Es la recta $xx_0 + yy_0 = r^2$ tangente al circulo?

c) Encuentre e identique el lugar geómetrico de las siguientes relaciones,señalando los elementos principales de dicho lugar geómetrico:

1) $A : 3y - 10x + 7 = 0$
2) $B : x^2 + y^2 + x - y = \dfrac{1}{2}$
3) $C : x^2 + y^2 + 10x - 4y - 33 \leqslant 0$
4) $x^2 + y^2 + x + 2019 \geqslant 0$

d) Dada la ecuación de una recta R en su forma implicita: $R : Ax+By+C = 0$ y el punto (x_0, y_0),pruebe que la distancia del punto a la recta sera: $\left|\dfrac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}\right|$

P2. [Jugando con circunferencias]

Determine las ecuaciones de las siguientes circunferencias:
(*a*) Radio 2 y centro en $(1, 2)$.
(*b*) Pasa por $(2, 0)$, tiene radio 2 y la coordenada x del centro es 1. ¿Es única la solución?.
(*c*) Pasa por $(0, 0)$, $(1, 0)$ y $(0, 1)$.¿Es única la solución?.

P3. [Otra circunferencia]

Determinar las ecuaciones de las circunferencias que satisfacen las siguientes condiciones simultáneamente:
1. Su centro se encuentra en la recta $L : 2x - y - 3 = 0$.
2. Son tangentes al eje OX
3. Pasan por el punto $P(0, 3)$

P4. [Recordando ecuaciones e inecuaciones]

a) Determine para que valores de $a \in \mathbb{R}$, la siguiente ecuación tiene solución real:

$$\frac{1}{x^2} = |2 - a + |a|| - 2a|a|$$

b) Encuentre el conjunto solución de la siguiente inecuación: $|x^2 - 2x| + x|x + 3| \geqslant 3$

Propuestos

P1. La base de un triángulo está fija, siendo sus vértices $A = (0, 0)$, $B = (b, 0)$. El vértice C está sobre la recta $y = c$, $b > 0$ y $c > 0$. Determinar el lugar geométrico correspondiente a la intersección de las tres alturas.

P2. Sea una recta definida por $L : ax + by + c = 0$ con a, b, c coecientes fijos no nulos y la circunferencia de radio R centrada en el origen.
(i) Determine una condición para el radio de forma que la recta sea tangente a la circunferencia.
(ii) Encuentre el punto de tangencia (x_t, y_t)
(iii) Demuestre que la recta L es perpendicular a la recta L_0, la cual pasa por el origen y el punto de tangencia encontrado anteriormente.

Recuerdos y Consejos

Ec General de la recta: $Ax + By + C = 0$
Ec Principal de la recta: $y = ax + b$

Lugar geométrico:
En este contexto, es el nombre que se le da al conjunto de puntos que cumple cierta restricción geométrica o algebraica.

Distancia entre dos puntos: Sean $A = (x_0, y_0)$ y $B = (x_1, y_1)$, entonces: $d(A, B) = \sqrt{(y_1 - y_0)^+(x_1 + x_0)^2}$

Ec de una circunferencia de centro $C = (x_c, y_c)$ y radio R:
$\{A = (x, y) \in \mathbb{R}^2 | d(C, A) = R\}$ (o equivalentemente) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | (x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = R^2\}$
Consejo: Muchas veces la ecuación se entrega con los $()^2$ expandidos, por lo que hay que completar cuadrados y volver a una ecuación de la segunda forma, recomiendo practicar como completar cuadrados.

Dos rectas escritas en su forma principal ($L_1 : y = a_1x + b_1$ y $L_2 : y = a_2x + b_2$) se dicen **paralelas** si:
$a_1 = a_b$ y $b_1 \neq b_2$

Dos rectas escritas en su forma principal ($L_1 : y = a_1x + b_1$ y $L_2 : y = a_2x + b_2$) se dicen **perpendiculares** si:
$a_1a_b = -1$

Recta tangente a una circunferencia: Una recta se dirá tangente a la circunferencia en un punto (x_0, y_0) si:

$i)(x_0, y_0)$ esta en la circunferencia y en la recta.
$ii)$ La recta que une el centro de la circunferencia y (x_0, y_0) es perpendicular a la recta tangente.