

**MA1001-3 Introducción al Cálculo****Profesor:** Leonardo Sánchez C.**Auxiliar:** Patricio Yáñez Alarcón.**Ejercicio TPC 4**

1 de Junio

P1. [Su sesión de Sucesión a mil]Considere (S_n) definida por:

$$S_n = \left(\frac{an + 1}{2n} \right)^n \text{ con } a \in (0, \infty) \text{ fijo}$$

- a) Demuestre que si $0 < a < 2$, S_n converge y calcule su límite.
 b) Demuestre que si $a > 2$, S_n no es acotada ni convergente.
 c) Estudie el límite de S_n cuando $a=2$, es decir:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n + 1}{2n} \right)^n$$

- d) Estudie el límite:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n^2]{\left(\frac{an + 1}{2n} \right)^n}$$

P2. [Función acotada]Sea $f : \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}$, una función tal que

$$1 - \frac{1}{x} \leq f(x) \leq x - 1, \forall x > 0$$

- a) Demuestre que dada una sucesión (u_n) tal que $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 1$ entonces

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f(u_n) = f(1)$$

- b) Si además se sabe que $u_n > 1, \forall n \in \mathbb{N}$ calcule

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f(u_n)}{u_n - 1}$$

P3. Considere que la sucesión $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ definida por

$$u_n = \frac{n^n}{n! \cdot e^n}$$

- a) Calcule $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ y deduzca si $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ es creciente o decreciente
 b) Demuestre que $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ es convergente.

1. Consideraciones.

Tienen ∞ horas para poder hacer los ejercicios.
 Recuerden trabajar a conciencia. Éxito!!!