

MA1001-3 Introducción al Cálculo

Profesor: Leonardo Sánchez C.

Auxiliar: Patricio Yáñez Alarcón.

Consultas: pyanez@dim.uchile.cl



Ejercicio TPC 3

09 de Mayo de 2019

- (P1) Demuestre que si A y B son acotados superiormente y no vacíos entonces también lo son $A \cup B$ y $A \cap B$.
- (P2) Sea $A \subseteq \mathbb{R}$ tal que posee elemento máximo $M \in A$, demuestre utilizando la caracterización del supremo que $M = \sup(A)$.
- (P3) Analice existencia y calcule supremo de los siguientes conjuntos, justifique su cálculo con una demostración formal.
- (I) (a, b)

(II) $\{(-1)^n - \frac{1}{n} \in \mathbb{R} : n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}\}$

(III) $\{-\frac{1}{f(n)} : n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}\}$, $f : \mathbb{N} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{N} \setminus \{0\}$, estrictamente creciente.

(P4) Sea $A = \left\{ \frac{n+1}{n} \mid n \in \mathbb{N} \setminus \{0\} \right\}$. Demuestre que $\inf(A) = 1$.

(P5) Muestre que $\sup(\sqrt{A}) = \sqrt{\sup(A)}$, donde $A \subseteq \mathbb{R}_+$, es no vacío y acotado superiormente. Considere $\sqrt{A} = \{\sqrt{x} : x \in A\}$.

Bonus pa' la casa: Generalice este resultado para toda función $f : A \rightarrow \mathbb{R}$, biyectiva y creciente estricta: es decir, pruebe que $\sup(f(A)) = f(\sup(A))$.

Hint pa'l bonus: probar que f^{-1} es creciente.

(P6) Sean S y T subconjuntos no vacíos de \mathbb{R} tales que:

$$(\forall x \in S)(\forall y \in T) x \leq y$$

Probar que S tiene supremo, que t tiene ínfimo y que $\sup(S) \leq \inf(T)$.

Bonus pa' la casa: Suponga ahora que $S \cup T = \mathbb{R}$, pruebe que $\sup(S) = \inf(T)$.

1. Consideraciones.

Tienen ∞ horas para poder hacer los ejercicios.
Recuerden trabajar a conciencia. Éxito!!!