

**MA1001-3 Introducción al Cálculo****Profesor:** Leonardo Sánchez C.**Auxiliar:** Patricio Yáñez Alarcón.**Ejercicio TPC 2**

29 de Abril de 2019

**P1. [Funcionan nuestras funciones/ciclos]**

Consideremos la función:

$$f(x) = |1 - 2\cos(x + \pi)| - 1$$

- Calcule dominio, ceros, estudie paridad y periodicidad
- Haga el gráfico de  $f$

**P2. [Crecimiento e identidades]**Sean  $\alpha, \beta \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ , demuestre que:

$$\tan(\alpha) - \tan(\beta) = \frac{\text{sen}(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha)\cos(\beta)}$$

Utilice este resultado para demostrar que  $\tan(x)$  es creciente en el intervalo  $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ .**P3. [Más para pensar]** Para las constantes  $A, B, C \in \mathbb{R}$ , con  $A > B$ , se definen las funciones reales  $f, g, h$  en todo  $x \in \mathbb{R}$  como se detalla a continuación:

$$f(x) = A\cos^2(x) + B\text{sen}^2(x) - 2C\text{sen}(x)\cos(x)$$

$$g(x) = A\text{sen}^2(x) + B\cos^2(x) - 2C\text{sen}(x)\cos(x)$$

$$h(x) = (A - B)\text{sen}(x)\cos(x) + C(\cos^2(x) - \text{sen}^2(x))$$

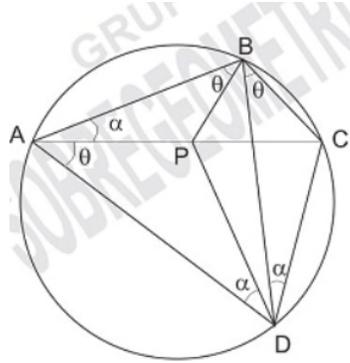
Se pide lo siguiente:

- Pruebe que si  $C = 0$ ,  $h$  alcanza su valor máximo para  $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$  con  $k \in \mathbb{R}$
- Demuestre que el conjunto de los ceros de  $h$  es  $Ceros(h) = \left\{x \in \mathbb{R} \mid \tan(2x) = \frac{2C}{B - A}\right\}$ .

**P4. [Geometría]**

Sea el cuadrilátero  $ABCD$  inscrito en la circunferencia de centro  $O$ , sea  $P$  un punto en la diagonal  $AC$ .

Calcule  $\frac{AP}{PC}$



*Esquema de la vida.*

**P5. [Ecuaciones trigonométricas]**

Resolver la siguiente ecuación:

$$\tan(x) \cdot \text{sen}(4x) = 4 \cdot (1 - 2 \cdot \text{sen}^2(x))$$

**P6. [Más de funciones]**

Considere la función  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$f(x) = \frac{1 + \text{sen}(x)}{1 - \cos(x)}$$

Encuentre dominio, ceros, paridad, signos, periodicidad e inyectividad.

**1. Consideraciones.**

Tienen  $\infty$  horas para poder hacer los ejercicios.

Recuerden trabajar a conciencia. Éxito!!!