MA1101-3 Introducción al Cálculo
Profesor: Leonardo Sánchez C.
Auxiliar: Patricio Yáñez A.

Auxiliar 4: Cónicas

10 de Abril de 2019

P1. [Para volar con parábolas] .El objetivo de esta pregunta es que puedan comprender la abstracción de geometría analítica, en particular como se comporta una función cuadrática

MA1001-C2-2008-1

Considere un parábola de ecuación $y = x^2$ y el punto A de coordenadas $(1, 0)$.
Si por el punto A se traza una recta L de pendiente variable $m \in \mathbb{R}$, se pide lo siguiente:

a) Determine el conjunto C de todos los m, tales que la recta L y la parábola se intersectan en al menos un punto.

b) Si $m \in \mathbb{R}$, sean P y Q los puntos donde la recta y la parábola se intersectan y M el punto medio del trazo PQ(ver figura). Determine las coordenadas (x_M, y_M) de M en términos de m.

c) De las ecuaciones anteriores(eliminando el parámetro m), encuentre en que curva se mueve el punto M(indique la ecuación e identifíquela). Además, considerando que $C \neq \mathbb{R}$, determine cual zona de esta curva es realmente recorrida por M.

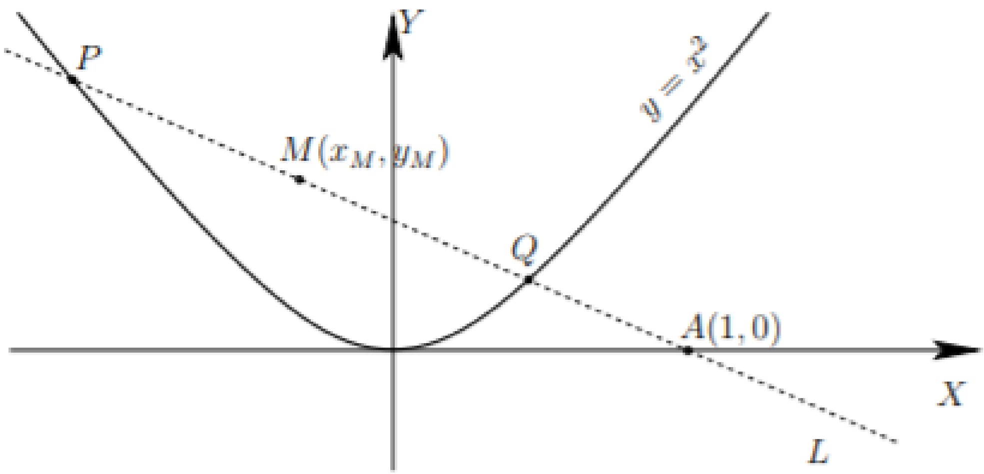

Figura 1: Parábola y recta

P2. [Elipses y rectas] C2-MA1001-2015.P1

Considere las rectas $L_1 : x = A$, $L_2 : y = B$ y el punto $F(f, B)$ sobre la recta L_2, donde $f > A$ .Si $\bar{F}$ es el simétrico de F con respecto a la recta L_1, encuentre la ecuación de la elipse cuyos focos son F y $\bar{F}$ y cuyo semieje mayor mide a, donde $a > f - A$
Indique cuánto vale la excentricidad de la elipse y encuentre las ecuaciones de sus directrices.

P3. [Sigamos volando]C2-2014-1-P1

un punto A se mueve sobre la parábola de ecuación $x^2 = 4py$ de foco $F = (0, p)$ y el vértice $O = (0, 0)$. Determine el lugar geométrico de los puntos $P = (\alpha, \beta)$ que satisfacen la siguiente condición:
El punto A, intersección de la recta $\bar{OP}$ con la parábola, y el punto B, intersección de la recta$\bar{FP}$ y el eje OX, tienen la misma abscisa«

LUGARES GEOMÉTRICOS

-Un lugar geométrico se define como un conjunto de puntos en el plano XY que satisfacen alguna condición o propiedad determinada. Por ejemplo, una circunferencia es un lugar geométrico en el que todos sus puntos son equidistantes a un mismo punto externo a ella, llamado centro.

Los problemas de lugares geométricos que ustedes deben resolver constan básicamente en lo siguiente: Un determinado sistema geométrico define un punto G. Algún integrante de este sistema varía (por ejemplo, una recta que cambia su pendiente), produciendo un cambio en la posición del punto G. El "movimiento" de este punto G debido a este integrante variante define un cierto lugar geométrico en el espacio.

Metodología:

1. En primer lugar, dibujar el problema detalladamente, intentando respetar las proporciones.
2. Identificar claramente el integrante del problema que está variando. Este integrante tendrá asociado un valor que está cambiando, llamado parámetro móvil, el que denotaremos con la letra T.
3. Identificar el punto G, que es el que describe el lugar geométrico. A las coordenadas de G las llamaremos (x barra, y barra).
4. El siguiente paso es encontrar una expresión para las coordenadas de G en función de los datos del problema. Para esto, debe mirarse las condiciones del problema y establecer las ecuaciones correspondientes que relacionen las coordenadas de G con los datos del problema.
5. Finalmente, debemos encontrar una única relación que ligue las coordenadas de G. Es IMPORTANTE que en esta relación no esté presente el parámetro móvil T. Para hacer esto, se aconseja despejar el parámetro T en función de cada coordenada de G. Luego, igualar ambas expresiones.

NOTA: Este método es válido para la mayoría de este tipo de problemas, pero no para todos. Hay algunos en que el procedimiento varía un poco algún paso, pero, en líneas generales, es casi lo mismo.

Espero que se haya entendido. Cualquier duda que tengan, manifiéstenla en el foro. Suerte el control.