**MA1101-3 Introducción al Cálculo**
**Profesor:** Leonardo Sánchez C.
**Auxiliar:** Patricio Yáñez A.

# Auxiliar 3: Recta y circunferencias

3 de Abril de 2019

**P1. [Comprendamos la materia] .El objetivo de esta pregunta es que puedan comprender la abstracción de geometría analítica**

*a)* Dado los puntos $A = (x_0, y_0); B = (a, b)$, calcula la ecuación de la recta que los modela, además calcula la ecuación que pasa por el punto $C = (c, d)$ y es ortogonal a la misma.

*b)* **C1MA12A-2005-1-P2(i)**Considerar el triangulo de vértices $A(0, 0), B(2b, 0)$y $C(c, d)$ y la recta L perpendicular a $AB$ en el punto B.
Por M, punto medio de AB se traza la perpendicular al lado AC que corta al eje OY en el punto R y por el mismo punto M se traza la perpendicular al lado BC que corta a la recta L en S.
Demostrar que RS $\perp$ CM

*c)* **C1MA12A-2003-1-P3(ii)**
Considere la circunferencia de ecuación $x^2 + y^2 = R^2, R > 0$. Denotamos por O al origen del sistema de coordenadas.
a) Si P es un punto de la circunferencia de coordenadas $(x_0, y_0), x_0 \neq 0$ encuentre la ecuación de la recta L que pasa por P y es perpendicular al trazo OP
b)Calcule las coordenadas del punto Q donde la recta L intersecta al eje OX en función de $x_0$ y de R.

**P2. [Circunferencias y tangentes] Analizar las tangentes a una figura y poder entender y usar la ecuación tangente a un punto cualquiera a una circunferencia.**
**C1-MA12A-1997.P3-2**
Considere la circunferencia de la ecuación $x^2 + y^2 = 1$. Una recta variable L que pasa por el origen, intersecta a la circunferencia en los puntos P y R. Otra recta L"que pasa por el origen, ortogonal a L intersecta a la circunferencia en los puntos Q y S, Determinar analíticamente, el lugar geométrico de la intersección de las tangentes a la circunferencia por los puntos Py Q.

indicación: La ecuación de la tangente por un punto $P = (\alpha, \beta)$ a la circunferencia de ecuación $x^2 + y^2 = r^2$ es $x\alpha + y\beta = r^2$

**P3. [Distancia punto-recta] El objetivo es relacionar la distancia de un punto cualquiera con una recta cualquiera y para ello sacar una fórmula general.**
Dada la ecuación de una recta R en su forma implícita: $R : Ax+By+C = 0$ y el punto $(x_0, y_0)$, pruebe que la distancia del punto a la recta será:

$$|\frac{Ax_0 + by_0 + C}{\sqrt{(A^2 + B^2)}}|$$

LUGARES GEOMÉTRICOS

-Un lugar geométrico se define como un conjunto de puntos en el plano XY que satisfacen alguna condición o propiedad determinada. Por ejemplo, una circunferencia es un lugar geométrico en el que todos sus puntos son equidistantes a un mismo punto externo a ella, llamado centro.
Los problemas de lugares geométricos que ustedes deben resolver constan básicamente en lo siguiente: Un

determinado sistema geométrico define un punto G. Algún integrante de este sistema varía (por ejemplo, una recta que cambia su pendiente), produciendo un cambio en la posición del punto G. El "movimiento" de este punto G debido a este integrante variante define un cierto lugar geométrico en el espacio.
Metodología:

1. En primer lugar, dibujar el problema detalladamente, intentando respetar las proporciones.
2. Identificar claramente el integrante del problema que está variando. Este integrante tendrá asociado un valor que está cambiando, llamado parámetro móvil, el que denotaremos con la letra T.
3. Identificar el punto G, que es el que describe el lugar geométrico. A las coordenadas de G las llamaremos (x barra, y barra).
4. El siguiente paso es encontrar una expresión para las coordenadas de G en función de los datos del problema. Para esto, debe mirarse las condiciones del problema y establecer las ecuaciones correspondientes que relacionen las coordenadas de G con los datos del problema.
5. Finalmente, debemos encontrar una única relación que ligue las coordenadas de G. Es IMPORTANTE que en esta relación no esté presente el parámetro móvil T. Para hacer esto, se aconseja despejar el parámetro T en función de cada coordenada de G. Luego, igualar ambas expresiones.

NOTA: Este método es válido para la mayoría de este tipo de problemas, pero no para todos. Hay algunos en que el procedimiento varía un poco algún paso, pero, en líneas generales, es casi lo mismo.

Espero que se haya entendido. Cualquier duda que tengan, manifiéstenla en el foro. Suerte el control.


Figura 1: Ánimo!