IN701 Microeconomía | Profesor: Juan Escobar

Otoño 2019 | Auxiliar: Exequiel Padilla

Control 3

Tiempo: 120 minutos

1. (30pts) El jugador 1 tiene dos tipos, inteligente o tonto, con igual probabilidad cada tipo. El jugador 1 decide si terminar (T) o abandonar (A) el colegio. Si termina el colegio, el jugador 2 decide si contratar o no al jugador 1. El jugador 1 conoce su tipo, pero el jugador 2 no. Si el jugador 1 abandona el colegio, ambos reciben 0. Si el jugador 1 termina el colegio, pero el jugador 2 no lo contrata, el jugador 2 obtiene 0 y el jugador 1 obtiene $-x$ si es inteligente, y $-y$ si es tonto, con $y > x > 0$, y $1 > x$, pero y puede ser mayor o menor a 1. Si el jugador 1 termina el colegio y obtiene trabajo, el jugador 2 obtiene a si el jugador 1 es inteligente y b si el jugador 1 es tonto, donde $a > b$. $a > 0$, pero b puede ser positivo o negativo. El jugador 1 obtiene $1 - x$ si es inteligente y $1 - y$ si es tonto.

   (a) (15pts) Encuentre a, b, x, y tal que existe un EBP donde ambos tipos abandonan el colegio. Si tal equilibrio existe, descríbalo.

   R: Notemos que el jugador 2 solo puede contratar al jugador 1 cuando terminó el colegio. Por lo tanto, el Jugador 2 debe querer no contratar cuando J1 termine la escuela, de otro modo, seía óptimo para el tipo inteligente estudiar, ya que $1 - x > 0$. En un equilibrio pooling, las creencias siguen siendo 1/2 de probabilidad para cada tipo. Luego, para que J2 no quiera contratar debe ser que $\frac{1}{2}(a + b) \leq 0$, por lo tanto, $b \leq -a$.
   EBP: Dado este valor de b, J2 no quiere contratar, y ninguno de los posibles tipos de J1 le conviene estudiar ya que incurren solo en costos. Las creencias no se actualizan.

   (b) (15pts) Encuentre a, b, x, y tal que existe un EBP separador. Si tal equilibrio existe, descríbalo.

   R: En este equilibrio, necesariamente el tipo inteligente debe querer estudiar y el tonto no, ya que, si fuera atractivo para el tipo tonto estudiar, entonces también lo sería para el tipo inteligente. Para que el tipo tonto no quiera terminar la escuela, basta que $y \geq 1$.
   EBP: El tipo inteligente termina el colegio, y el tonto lo abandona. El jugador 2 contrata cada vez que puede y sabe que los que terminan el colegio son tipo inteligente.

2. (40pts) Considere el mercado de autos usados. En este mercado, cada vendedor posee un auto que valora en $\theta \in [0, 1]$, donde θ se distribuye uniforme en $[0, 1]$. Un continuo de compradores simétricos demanda autos usados. Cada comprador valora un auto de calidad θ en $3\theta/2$. La calidad θ del auto es observable por el vendedor, pero no por el comprador.

   (a) (10pts) Encuentre el equilibrio competitivo y muestre que es ineficiente.

   R: Notemos que si p es un precio competitivo, entonces $p \leq \frac{3}{2}\mathbb{E}(\theta) \leq \frac{3}{4}$. Por otro lado, si calculamos la utilidad del comprador cuando compra a precio p tenemos:

   $$U^c = \mathbb{E}\left(\frac{3}{2}\theta | \theta \leq p\right) - p = \frac{3}{2}\frac{p}{2} - p = -\frac{p}{4} < 0$$

   Por lo tanto, nadie compra. Esto es ineficiente ya que los compradores valoran el auto más que los vendedores.

(b) (30pts) Usted ha sido llamado para mejorar la eficiencia en este mercado. Para ello, la autoridad le dice que usted puede gastar hasta un monto total $M > 0$ subsidiando las transacciones en este mercado.

(bi) Considere un subsidio igual a t a cada comprador que compra un auto. Caracterice el nuevo equilibrio competitivo.

R: La utilidad del comprador que compra a precio p y que recibe subsidio t es

$$U^c(p,t) = \mathbb{E}\left(\frac{3}{2}\theta|\theta \leq p\right) - p + t = \begin{cases} -\frac{p}{4} + t & \text{si } p \leq 1 \\ \frac{3}{4} - p + t & \text{e.o.c.} \end{cases}$$

Para que p sea competitivo, el mercado se debe limpiar, y como la demanda no tiene límites de presupuesto, debe ser que $U^c(p,t) = 0$.

$$\implies p^*(t) = \begin{cases} 4t & \text{si } t \leq \frac{1}{4} \\ \frac{3}{4} + t & \text{e.o.c.} \end{cases}$$

A este precio los compradores están indiferentes entre comprar o no, y los mercados se limpian.

(bii) Encuentre el subsidio t^* que maximiza el número de transacciones bajo la restricción que el monto total gastado no puede superar M.

R: Para que un vendedor tipo θ quiera vender a un precio p^* debe tenerse que $\theta \leq p^*$. Como el máximo de vendedores es 1 se tiene que $p^*(t) \leq 1$ y así $p^*(t) = 4t$. Por lo tanto queremos resolver:

$$\begin{aligned} \max_t \quad & 4t \\ \text{subject to} \quad & 4t \leq 1, \quad (4t)t \leq M \end{aligned}$$

Intuición: dado t, $4t$ es el precio competitivo, por lo tanto, una fracción de $4t$ vendedores quieren participar en el mercado. La fracción máxima de vendedores activos y compradores es 1, y tenemos una restricción de subsidio.
El óptimo es $t^* = min\{\frac{1}{4}, \frac{\sqrt{M}}{2}\}$. El caso interesante es cuando el monto total destinado a subsidio no es muy grande, es decir, cuando $t^* = \frac{\sqrt{M}}{2}$, y por lo tanto $M \leq \frac{1}{4}$.

(biii) Cuales son las ganacias de eficiencia que produce la política de subsidios. Es la política de subsidio socialmente óptima? HINT: Tome en cuenta todos los beneficios y costos.

3. (30pts) Un autor tiene función de utilidad $\ln(1+w)$, donde w es su ingreso. El autor decide si trabajar o no trabajar en su nueva novela. El costo de trabajar es C. La novela puede ser un blockbuster y resultar en ingreso y para la editorial, o puede ser un total fracaso y resultar en ingreso 0 para la editorial. Si el autor trabaja, la probabilidad de que la novela sea un blockbuster es $H < 1$, mientras que si no trabaja la probabilidad que sea un blockbuster es $0 < L < H$. La editorial es neutral al riesgo y escoge el royalty θ que pagara al autor, es decir, el autor recibe θR donde $R \in \{0, y\}$ son los ingresos de la editorial por la novela.

(a) (10pts) Suponiendo que la editorial quiere inducir no trabajo, encuentre el royalty θ óptimo.

R: Si queremos inducir no trabajo simplemente debemos dar los incentivos a participar. Por lo tanto la editorial resuelve el problema:

$$\begin{aligned} \max_{\theta} \quad & L(y-w) \\ \text{subject to} \quad & ln(1+w) - 0 \geq ln(1),\ w = \theta y \end{aligned}$$

Equivalentemente

$$\begin{aligned} \max_{\theta} \quad & L(1-\theta)y \\ \text{subject to} \quad & ln(1+\theta y) \geq 0 \end{aligned}$$

En el óptimo la restricción es activa, por lo tanto $\theta^* = 0$ y las ganancias del principal son $\Pi = Ly$

(b) (20pts) Encuentre el royalty óptimo θ.

R: Calcularemos las utilidades que se obtienen al inducir esfuerzo. El problema debe considerar la restricción de incentivos:

$$\begin{aligned} \max_{\theta} \quad & H(1-\theta)y \\ \text{subject to} \quad & Hln(1+\theta y) - C \geq Lln(1+\theta y) \end{aligned}$$

En el óptimo, la editorial deja indiferente al escritor entre esforzarse o no:

$$Hln(1+\theta y) - C = Lln(1+\theta y)$$

$$\implies \theta^e = \frac{e^{\frac{C}{H-L}} - 1}{y}$$

Y las ganancias obtenidas son

$$\Pi = H(y - (e^{\frac{C}{H-L}} - 1))$$

Ahora, podemos comparar las utilidades de no inducir esfuerzo y de inducir esfuerzo. Inducir esfuerzo es mejor que no hacerlo exactamente cuando:

$$H(y - (e^{\frac{C}{H-L}} - 1)) \geq Ly$$

$$\iff y \geq \frac{H}{H-L}(e^{\frac{C}{H-L}} - 1)$$

En este caso, el óptimo es θ^e. En caso contrario, el óptimo es $\theta^* = 0$.

4. (20pts) Considere un problema de asignación de tres estudiantes a tres universidades. Los estudiantes tienen preferencias sobre universidades y las universidades tienen preferencias sobre estudiantes. Usted considera aplicar el mecanismo de dictador serial ordenando a los tres estudiantes de manera aleatoria. Muestre que su asignación puede no ser estable (basta un ejemplo).

   R: Consideremos las siguientes preferencias

   $s_1 :\ C$
   $s_2 :\ C, B$
   $s_3 :\ A$
   $A :\ s_3$
   $B :\ s_2, s_3$
   $C :\ s_2, s_3, s_1$

Y la lotería que ordena de mayor a menor prioridad: $L = (s_1, s_2, s_3)$
Usando el Mecanismo de Dictador Serial obtenemos:

$$\begin{array}{ccc} & \mu_{DS} & \\ A & B & C \\ s_3 & s_2 & s_1 \end{array}$$

Notemos que $C \succ_{s_2} B = \mu_{DS}(s_2)$ y $s_2 \succ_C s_1 = \mu_{DS}(C)$. Por lo tanto μ_{DS} no es estable.