IN2201 - Economía

Auxiliar 04 - Maximización de utilidades

Profesor: Marcelo Olivares
Auxiliares: Bryan Foden, Simón Maturana, Sebastián Silva

Preguntas Conceptuales

1. ¿Usted esperaría economías o deseconomías de escala en una empresa como Coca-Cola? ¿Y en un taller de reparación de muebles que opera a máxima capacidad? ¿Y en Uber?

2. ¿Cuál es la diferencia entre la utilidad de una firma y el excedente del productor?

3. ¿Qué objetivos podría tener una firma distinto a la maximización de utilidades?

4. Comente la siguiente afirmación: "como en el corto plazo las firmas escogen producir una cantidad tal que su costo marginal es igual al precio, nunca ganan dinero".

5. Ante el aumento de la demanda por series, los salarios de los actores se han elevado considerablemente. ¿Cómo esperaría que fuera la elasticidad de la curva de oferta de este mercado?

Solución

1. En Coca-Cola, lo más probable es que no hayan mayores economías ni deseconomías de escala actualmente (quizás leves economías de escala hasta cierta cantidad que suponga ocupar al máximo su infraestructura disponible), y que para cantidades muy grandes hayan deseconomías de escala debido a que una demanda por insumos muy grande tendería a elevar sus precios.

   En el caso del taller, actualmente debe presentar deseconomías de escala por estar operando a máxima capacidad, pues aumentar su producción supondría necesariamente desembolsar grandes sumas en capital (como infraestructura y más trabajadores).

   Uber, dado su modelo de negocios, no opera con capital ni trabajadores propios más allá de una cantidad base (infraestructura de sus oficinas, software, hardware, oficinistas, desarrolladores de software, etc), que no varía mayormente con la producción. Luego, debiera presentar economías de escala para cualquier nivel de producción.

2. Una firma podría poner por delante la maximización del patrimonio de sus accionistas a corto plazo, dejando de lado la reinversión para mejorar los procesos de la empresa, por ejemplo. O bien, podría interesarle captar la mayor cantidad de clientes a través de precios muy bajos, con el objetivo de tener un gran poder de mercado a futuro (fidelizando clientes y elevando los precios una vez desplazada la competencia). Por último, puede haber organizaciones como cooperativas, que buscan el bienestar de sus socios más allá de las ganancias percibidas en conjunto.

3. Que ninguno tiene razón. En el corto plazo, las firmas efectivamente producen a un nivel donde el costo marginal es igual al precio, pero esto supone utilidades positivas pues el costo marginal de las unidades anteriores es menor al precio o, en otras palabras, el costo medio a ese nivel de producción es menor al precio.

   Por otro lado, en el largo plazo las firmas tienen utilidad económica nula, pero esto considera los costos de oportunidad, por ende la utilidad contable es mayor a 0, es decir, las firmas sí ganan dinero.

4. Como los costos marginales en este mercado son muy sensibles a la cantidad producida, la curva de oferta tendrá una pendiente muy elevada, lo que corresponde a una oferta muy inelástica.

   Conceptualmente, esto se debe a que, cuando la cantidad demandada aumenta, los precios de mercado tienden a elevarse con el consiguiente aumento de producción, pero el alza de precios conlleva un aumento en el precio de los insumos que hace que los costos marginales se eleven y la cantidad óptima para las firmas disminuya, por tanto el efecto inicial se ve atenuado.

Problema 1
Los datos del cuadro siguiente contienen información sobre el precio (en dólares) al que una empresa puede vender una unidad de producción y el coste total de producción.

i. Rellene los huecos del cuadro.

ii. Muestre qué ocurre con la elección del nivel de producción de la empresa y con sus beneficios si el precio del producto baja de 60 a 50 dólares.

Respuesta: La tabla se completa como se muestra más abajo. Recordemos que la cantidad óptima a producir se elige cuando $CM(q) = IM(q) = P$. Con esto se puede ver que al bajar el precio de 60 a 50, se produce una baja considerable en las utilidades de la empresa, además de que esta debe producir una unidad menos para maximizar su utilidad (π).

			P=60			P=50		
q	C	CM	R	π	IM	R	IM	π
0	100	-	0	-100	60	0	50	-100
1	150	50	60	-90	60	50	50	-100
2	178	28	120	-58	60	100	50	-78
3	198	20	180	-18	60	150	50	-48
4	212	14	240	28	60	200	50	-12
5	230	18	300	70	60	250	50	20
6	250	20	360	110	60	300	50	50
7	272	22	420	148	60	350	50	78
8	310	28	480	170	60	400	50	90
9	355	45	540	185	60	450	50	95
10	410	55	600	190	60	500	50	90
11	475	65	660	185	60	550	50	75

Problema 2

Una empresa produce en una industria competitiva y tiene una función de coste total $C(q) = 4q^2 + 16$. Al precio de mercado dado de 32 lucas, está produciendo 5 unidades.

i. ¿Está maximizando sus beneficios?

ii. Halle el coste variable, el coste fijo, el coste marginal, el coste medio, el coste variable medio y el coste fijo medio.

iii. Represente gráficamente las curvas de coste medio, de coste marginal y de coste variable medio.

iv. Halle el nivel de producción que minimiza el coste medio.

v. ¿En qué intervalo de precios producirá la empresa una cantidad positiva?

vi. ¿En qué intervalo de precios obtendrá la empresa unos beneficios negativos?

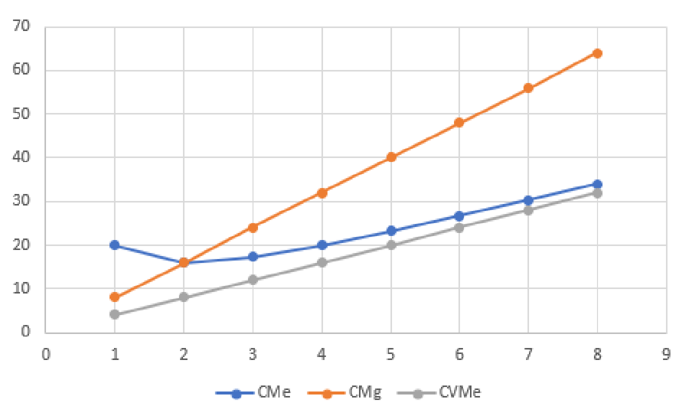
vii. ¿En qué intervalo de precios obtendrá unos beneficios positivos?

Respuesta:

i. No. El máximo se alcanza cuando $CM(q) = P$, lo que se logra produciendo $q = 4$.

ii.
- $CV(q) = 4q^2$
- $CF = 16$
- $CM(q) = 8q$
- $CMe(q) = 4q + \frac{16}{q}$
- $CVMe(q) = 4q$
- $CFMe = \frac{16}{q}$

iii. .



iv. Recordemos que el coste medio mínimo se alcanza cuando $CMe(q^*) = CM(q^*)$, por lo tanto:

$$4q + \frac{16}{q} = 8q$$

$$16 = 4q^2$$

$$q^* = 2$$

Lo que se condice con el gráfico presentado recién.

v. Siempre que el precio sea positivo, ya que $CVMe(q) < CM(q)$ para cualquier q.

vi. En $P \in [0, 16)$, ya que $CMe(q) \leq CM(q)$ en ese intervalo.

vii. Desde $P = 16$ en adelante empieza la empresa a tener beneficios, ya que en ese punto se cumple que $P = CM(q) \geq CMe(q)$. Recordemos que desde el punto en que $CVMe(q) < CM(q)$, la curva del costo marginal representa la curva de oferta de la empresa, por lo que, dependiendo del precio, producira la cantidad que cumpla $CM(q))P$

Problema 3

Suponga que una empresa competitiva tiene una función de coste total $C(q) = 450 + 15q + 2q^2$. Si el precio de mercado es $P = 115$ lucas por unidad, halle el nivel de beneficios y el nivel del excedente del productor.

Respuesta: Lo primero es recordar que una firma maximiza sus utilidades al igualar $P = CM(q)$. Por lo que calculamos el costo marginal.

$$\frac{\partial C(q)}{\partial q} = 15 + q^2$$

Luego:

$$P = CM(q)$$

$$115 = 15 + 4q$$

$$q = 25$$

Entonces el beneficio de la empresa viene dado por:

$$\pi = R(q) - C(q)$$

$$\pi = Pq - 450 - 15q - 2q^2$$

$$\pi = 115 \cdot 25 - 450 - 15 \cdot 25 - 2 \cdot 25^2$$

$$\pi = 800$$

Para el excedente del productor debemos recordar que este corresponde a la curva entre el precio (ingreso margina) y el costo marginal. Entonces:

$$EP = \int_0^{q^*} [IM(q) - CM(q)]\, dq$$

$$EP = \int_0^{25} (115 - 15 - 4q) dq$$

$$EP = (100q - 2q^2)|_0^{25} = 2500 - 1250$$
$$EP = 1250$$

Problema 4

Considere una firma con una función de producción de Cobb-Douglas:

$$F(K, L) = AK^{\alpha}L^{\beta}$$

con $A,\ \alpha,\ \beta$ constantes positivas y $\alpha,\ \beta < 1$. Considere precios de trabajo y de capital w y r, respectivamente.

1. ¿Bajo qué condiciones la firma tiene rendimientos crecientes, constantes y decrecientes a escala?
2. Encuentre la ruta de expansión de la firma, es decir, la relación entre L y K en el largo plazo.
3. Determine las cantidades de trabajo y capital que minimizan los costos de la firma, en el largo plazo, para producir una cantidad q_0.
4. ¿Qué costo tiene para la firma producir una cantidad q_0?

Solución

1. Veamos cómo cambia la producción de la firma al ponderar los parámetros por una constante $\lambda > 1$:

   $$F(\lambda K, \lambda L) = A(\lambda K)^{\alpha}(\lambda L)^{\beta} = \lambda^{\alpha+\beta}AK^{\alpha}L^{\beta} = \lambda^{\alpha+\beta}F(K, L)$$

   De aquí, la firma tiene rendimientos crecientes cuando $\alpha+\beta > 1$, rendimientos constantes cuando $\alpha+\beta = 1$ y rendimientos decrecientes cuando $\alpha + \beta < 1$.

2. El problema que resuelve la firma es:

   $$\begin{aligned} \text{mín} \quad & wL + rK \\ \text{s.t} \quad & AK^{\alpha}L^{\beta} = q_0 \end{aligned}$$

   Luego, el lagrangeano queda determinado por:

   $$\mathcal{L}(K, L, \lambda) = wL + rK - \lambda(AK^{\alpha}L^{\beta} - q_0)$$

   Por tanto, las condiciones de primer orden son:

   $$\frac{\partial \mathcal{L}(K, L, \lambda)}{\partial K} = r - \lambda A\alpha K^{\alpha-1}L^{\beta} = 0$$
   $$\frac{\partial \mathcal{L}(K, L, \lambda)}{\partial L} = w - \lambda A\beta K^{\alpha}L^{\beta-1} = 0$$
   $$\frac{\partial \mathcal{L}(K, L, \lambda)}{\partial \lambda} = AK^{\alpha}L^{\beta} - q_0 = 0$$

   Despejando λ de las dos primeras ecuaciones e igualando los resultados, se obtiene:

   $$rA\beta K^{\alpha}L^{\beta-1} = wA\alpha K^{\alpha-1}L^{\beta} \Rightarrow K = \frac{\alpha w}{\beta r}L$$

   Esta expresión corresponde a la ruta de expansión de la firma.

3. Para encontrar los valores óptimos de K y L, debemos reemplazar la expresión obtenida para K en la última igualdad, que refleja el nivel de producción deseado:

$$A\left(\frac{\alpha w}{\beta r}L\right)^{\alpha} L^{\beta} = q_0 \iff L^{\alpha+\beta} = \left(\frac{\beta r}{\alpha w}\right)^{\alpha} \frac{q_0}{A} \iff L = \left(\frac{\beta r}{\alpha w}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \left(\frac{q_0}{A}\right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}}$$

Reemplazando esto en la expresión para K, se llega a:

$$K = \frac{\alpha w}{\beta r}\left(\frac{\beta r}{\alpha w}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \left(\frac{q_0}{A}\right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}} = \left(\frac{\alpha w}{\beta r}\right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} \left(\frac{q_0}{A}\right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}}$$

4. El costo para la firma se obtiene reemplazando los valores de la parte anterior en la función de costos:

$$\begin{aligned} C(q_0) = wL + rK &= w\left(\frac{\beta r}{\alpha w}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \left(\frac{q_0}{A}\right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}} + r\left(\frac{\alpha w}{\beta r}\right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} \left(\frac{q_0}{A}\right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \\ &= w^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} r^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}} \left[\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}} + \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}\right] \left(\frac{q_0}{A}\right)^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \end{aligned}$$

Es fácil ver que en el caso $\alpha + \beta = 1$, la expresión se simplifica considerablemente:

$$C(q_0) = w^{\beta} r^{\alpha} \left[\left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{\beta} + \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{-\alpha}\right] \frac{q_0}{A}$$