

Auxiliar 3

Regresión lineal

19 de junio de 2019

Profesora: Carla Hermann A.

Auxiliares: Isabel Henríquez, Camilo Ramírez, Iván Rosas

Tipos de linealización:

Considerando x^* e y^* como las variables obtenidas experimentalmente que requieren regresión lineal.

Caso lineal

Relaciones tipo $y = ax + b$.

Se les realiza la regresión directamente.

Graficar en Matlab con `plot(x, y)`.

Caso semilogarítmico en y^*

Relaciones tipo $y^* = Ae^{\alpha x}$.

Se aplica $\ln(\cdot)$ quedando $\ln(y^*) = \alpha x + \ln(A)$.

Considerar $y = \ln(y^*)$, $a = \alpha$ y $b = \ln(A)$.

Graficar en Matlab con `semilogx(x*, y)`.

Caso semilogarítmico en x^*

Relaciones tipo $y = A \ln(\alpha x^*)$.

Se distribuye como $y = A \ln(x^*) + A \ln(\alpha)$.

Considerar $a = A$, $x = \ln(x^*)$ y $b = A \ln(\alpha)$.

Graficar en Matlab con `semilogy(x, y*)`.

Caso de ley de potencia

Relaciones tipo $y^* = A(x^*)^\alpha$.

Se aplica $\ln(\cdot)$ quedando $\ln(y^*) = \alpha \ln(x^*) + \ln(A)$.

Utilizar $y = \ln(y^*)$, $a = \alpha$, $x = \ln(x^*)$ y $b = \ln(A)$.

Graficar en Matlab con `loglog(x*, y*)`.

P1 Las siguientes expresiones muestran las relaciones entre dos variables obtenidas experimentalmente (variable independiente y variable dependiente, denotadas v.i. y v.d. respectivamente) las cuales le serán señaladas, los demás términos considérelos constantes. Modifique esta relación de ser necesario para que pueda obtener una expresión a la que le pueda aplicar regresión lineal, señale cuales serán sus variables x e y , y la expresión que adquieren los coeficientes a y b .

(a) $q + 1 = 2^{-n}$
 n es v.i. y q es v.d.

(b) $\epsilon E = \ln(f)B + \alpha^\beta + c$
 B es v.i. y E es v.d.

(c) $\log_{16}(\beta^2 X^3) = Y$
 X es v.i. e Y es v.d.

(d) $\frac{(n-1)f}{n} = \frac{m}{\sqrt{z}}$
 z es v.i. y f es v.d.

Fórmulas para los coeficientes de regresión lineal:

Las siguientes fórmulas corresponden a las típicas para calcular los coeficientes de una regresión lineal, considere x_i como el i -ésimo dato obtenido para la variable x , y_i análogo para y y N la cantidad total de datos obtenidos.

Se definen expresiones para simplificar notación:

$$S_x = \sum_{i=1}^N x_i$$

$$S_y = \sum_{i=1}^N y_i$$

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^N x_i y_i$$

$$S_{x^2} = \sum_{i=1}^N x_i^2$$

Los coeficientes a y b están dados por:

$$a = \frac{\frac{S_{xy}}{N} - \frac{S_x S_y}{N^2}}{\frac{S_{x^2}}{N} - \frac{S_x^2}{N^2}} \quad b = \frac{S_y}{N} - a \frac{S_x}{N}$$

Para calcular el coeficiente de regresión R^2 :

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N (ax_i + b - y_i)^2$$

$$R^2 = 1 - \frac{\chi^2}{\sum_{i=1}^N (y_i - \langle y \rangle)^2}$$

En donde se tiene que:

$$\langle y \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i = \frac{S_y}{N}$$

P2 Suponga que usted trabaja en una gran fábrica que produce ampolletas y tiene como encargo medir el rendimiento luminoso de un nuevo modelo que se espera que salga pronto al mercado.

El rendimiento luminoso es una forma de cuantificar que tan buena y eficiente energéticamente es una ampolleta, y está dado por la relación $\eta = F/P$, en donde P es la potencia que consume esta ampolleta y F corresponde a su flujo luminoso, que da una noción de que tan “brillante” es la misma, este se mide en lúmenes (símbolo lm). Para que el producto satisfaga altos estándares energéticos, debe tener un rendimiento luminoso superior a 100 lm/W.

Afortunadamente usted ya midió la potencia que consume la ampolleta y esta corresponde a 10,5 W, ahora, para medir el flujo luminoso usted se va a un cuarto aislado de la luz exterior y coloca en el centro de este, la ampolleta a probar, así, apaga toda la iluminación del cuarto y deja solo encendida la ampolleta del centro. Usted procede a medir la iluminancia (cuantificación de la incidencia de luz sobre una superficie) con un luxómetro a distintas distancias del centro, el luxómetro devuelve un valor con unidad de medida llamada lux (símbolo lx) que corresponde a lm/m^2 .

Al realizar el experimento usted obtuvo 5 mediciones, que resultaron en:

| | | | | | |
|----------------------|--------|-----|-----|-----|------|
| Distancia d (m) | 0,1 | 0,5 | 0,7 | 1,5 | 5 |
| Iluminancia E (lx) | 13 300 | 520 | 275 | 62 | 5,36 |

Posteriormente, para relacionar las variables, usted buscó en internet y encontró que la expresión que las relaciona está dada por:

$$E = \frac{F}{3\pi d^2}$$

A partir de estos datos realice la regresión lineal, dejando explícitos los coeficientes de esta, es decir, a , b , χ^2 y R^2 , y sus cálculos. Obtenga un valor para el flujo luminoso y determine si la ampolleta cumple aquel alto estándar energético descrito.