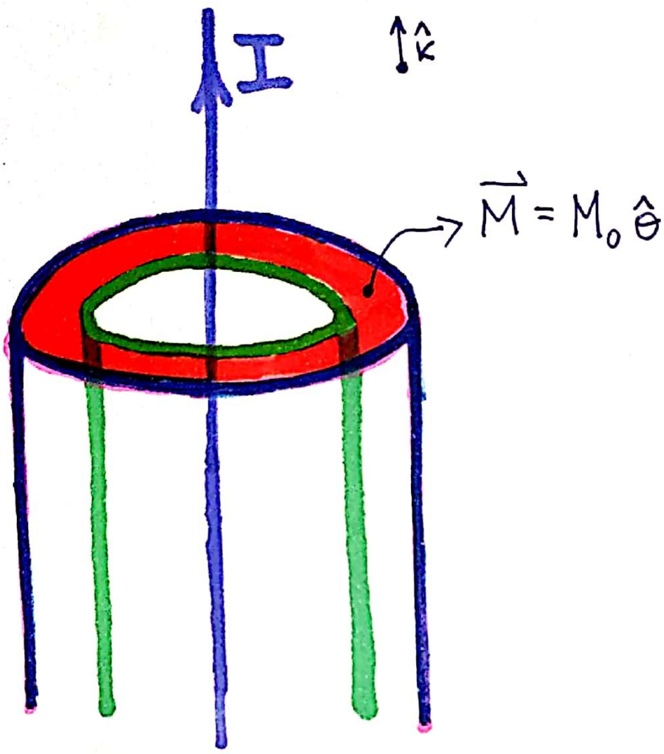
P1

Aux 10



Consideraciones:

I crea un campo magnético

$\Downarrow$

Se magnetiza el material

$\Downarrow$

Se originan corrientes de magnetización

$\Downarrow$

$\vec{B}$ tendrá una componente extra.

A) Calcular la intensidad de campo magnético $\vec{H}$

$\Rightarrow$ Por Ley de Ampère, por regla de la mano derecha $\vec{B} = B(r)\hat{\theta} \Rightarrow \vec{H} = H(r)\hat{\theta}$

$$\Rightarrow \oint \vec{H}\cdot d\vec{l} = I_{libre} \Rightarrow H \cdot 2\pi r = I$$

loop Amperiano $2\pi r$

Luego, $\boxed{\vec{H} = \dfrac{I}{2\pi r}\hat{\theta}}$

B) Encuentre el campo magnético $\vec{B}$ en todo el espacio

$\Rightarrow \quad r<a \rightarrow \mu_0 \quad \& \quad \vec{M}=0$

Así, $\quad \vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \cancel{\vec{M}}^{\,0})$

$$\boxed{\vec{B}_{r<a} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\hat{\theta}}$$

puede ser útil

$\Rightarrow a<r<b, \quad \vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0\underbrace{(1+\chi_m)}_{\mu_r}\vec{H} = \mu\vec{H}$

$$\boxed{\vec{B}_{a<r<b} = \mu_0\left[\frac{I}{2\pi r}\hat{\theta} + M_0\hat{\theta}\right]}$$

$\Rightarrow r>b, \quad \vec{M}=0$

$\mu_0 \Longrightarrow \vec{B} = \mu_0\vec{H}$

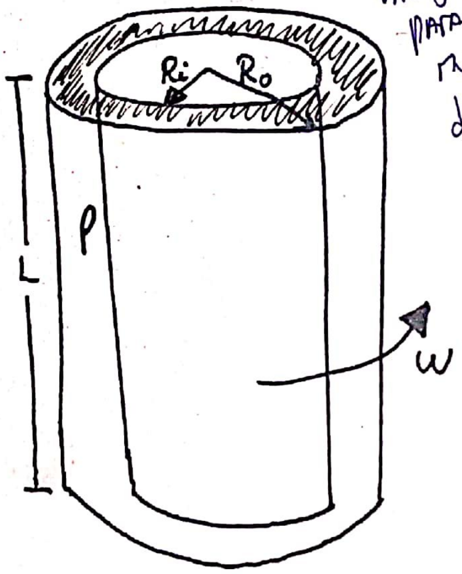
Luego,

$$\boxed{\vec{B}_{r>b} = \frac{\mu_0 \cdot I}{2\pi r}\hat{\theta}}$$

AUXILIAR 10

1

P2 A



Momento magnético

Asociados a estudiar el comportamiento de los campos magnéticos para puntos muy lejanos de donde está la corriente que lo genera

→ Análogo al momento dipolar eléctrico

⇓

Una espira de corriente, o cualquier otro cuerpo que experimente torque magnético

Caso ilustrativo

↳

$$\boxed{\vec{m} = I \cdot Area\ \hat{n}}$$

Forma general.

$$\vec{m} = \frac{1}{2}\int_V \vec{r}\,' \times \vec{J}\, dV$$

$\vec{K}\, dS$

$I\, d\vec{l}$

Cantidad vectorial, con dirección perpendicular al bucle de corriente y sentido según la regla de la mano derecha

... Este problema.

$$\vec{m} = \frac{1}{2}\int_V \vec{r}\,' \times \vec{J}\, dV$$

donde se encuentra la carga.

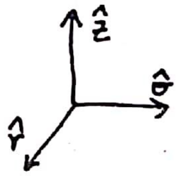
$\vec{r}\,' = r\hat{r} + z\hat{z}$ [Pasamos $\vec{r}$ de esféricas a cilíndricas]

$\boxed{\vec{J} = \rho\vec{v}}\ \boxed{= \rho\cdot\omega r\hat{\theta}}$

$\boxed{\vec{v} = \vec{\omega}\times\vec{r}}$

$= \rho\left[\underbrace{\omega\hat{z} \times (r\hat{r} + z\hat{z})}_{\omega r\hat{\theta}}\right]$

$\Rightarrow \boxed{\vec{J} = \rho\omega r\hat{\theta}}$



$\hat{z}\times\hat{r} = \hat{\theta}$

reemplazamos ⇓

$$\vec{m} = \frac{1}{2}\int_V \left[\underbrace{(r\hat{r} + z\hat{z})}_{\vec{r}\,'} \times \underbrace{\rho\omega r\hat{\theta}}_{\vec{J}}\right] dV = \frac{1}{2}\int_{\phi=0}^{2\pi}\int_{R_i}^{R_o}\int_{z=0}^{L} r^2\rho\omega\, r\, dr\, d\phi\, dz\ \hat{z}$$

$\hat{r}\times\hat{\theta} = \hat{z}$

$\hat{z}\times\hat{\theta} = -\hat{r}$

Propuesto verificar que la componente en $\hat{r}$ se anula

②

$$\vec{m} = \frac{1}{2}\rho\omega\left[\int_0^{2\pi} d\phi \int_{R_i}^{R_o} r^3 dr \int_0^L dz\right]\hat{z} = \frac{\rho\omega}{\cancel{2}}\left[\cancel{2}\pi \cdot L \cdot \frac{(R_o^4 - R_i^4)}{4}\right]\hat{z}$$

$\therefore$

$$\boxed{\vec{m} = \frac{\rho\omega\pi L}{4}(R_o^4 - R_i^4)\,\hat{z}}$$ momento magnético

potencial magnético es un vector NO un escalar (dif. de $\vec{E}$ y ΔV).

Ⓑ $\vec{A}$ y $\vec{B}$ a grandes distancias

* No tiene un significado físico directo.

$\vec{J} \parallel \vec{A}$

Consideramos $\vec{m} = \underbrace{\frac{\rho\omega\pi L}{4}(R_o^4 - R_i^4)}_{m}\hat{z} = m\hat{z}$

Sabemos que...

$$\boxed{\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\vec{m}\times\vec{r}}{r^3}}$$

$r\hat{r} = r\,\text{sen}\,\theta\,\hat{\rho} + r\cos\theta\,\hat{z}$

$$\begin{cases} \vec{r} = r\hat{r} = r(\text{sen}\,\theta\,\hat{\rho} + \cos\theta\,\hat{z}) \\ \vec{m} = m\hat{z} \end{cases}$$

YA calculado

$$\vec{m}\times\vec{r} = m\hat{z}\times[r(\text{sen}\,\theta\,\hat{\rho} + \cos\theta\,\hat{z})]$$
$$= mr\,\text{sen}\,\theta\,\hat{z}\times\hat{\rho} + \cancel{mr\cos\theta\,\hat{z}\times\hat{z}} \to 0$$
$$= mr\,\text{sen}\,\theta\,\hat{\theta}$$

Con esto,

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\left(\frac{mr\,\text{sen}\,\theta}{r^3}\right)\hat{\theta} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{m\,\text{sen}\,\theta}{r^2}\hat{\theta} = \frac{\mu_0 L\rho\omega\,\text{sen}\,\theta\,(R_o^4 - R_i^4)}{16r^2}\hat{\theta}$$

PARA ENCONTRAR $\vec{B}$

Recuerdo

$\vec{B} = \nabla \times \vec{A}$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\left[\frac{3(\vec{m}\cdot\vec{r})\vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{m}}{r^3}\right]$$

$$\vec{m}\cdot\vec{r} = mr\cos\theta$$

$$\Rightarrow (\vec{m}\cdot\vec{r})\vec{r} = mr^2\cos\theta\,\hat{r}$$

Así,

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\left[\frac{3mr^2\cos\theta}{r^5}\hat{r} - \frac{m}{r^3}\hat{z}\right]$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\left(\frac{3m\cos\theta}{r^3}\hat{r} - \frac{m}{r^3}\hat{z}\right)}$$