Auxiliar 1: Ley de Coulomb y Ley de Gauss

Profesor: Nicolás Vidal
Auxiliares: Diland Castro, José Castro y Almendra Del Moral
Fecha: 18 de Marzo de 2019

RESUMEN :)

Ley de Coulomb

$$|F_{q_1q_2}| = k\,\frac{q_1q_2}{r^2} = |F_{q_2q_1}| \tag{1}$$

$$\overrightarrow{F}_{q_2q_1} = k\,\frac{q_1q_2}{r^2}\widehat{r} \tag{2}$$

Importante:

1. El valor de la constante se asume: $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$. Donde ϵ_0 es la permitividad en el vacío.
2. $\widehat{r}$ apunta desde q_1 a q_2.
3. $\overrightarrow{F}_{q_1q_2}$ corresponde a la fuerza que siente q_1 en presencia de una carga q_2.

La fuerza como función del Campo Eléctrico

$$\overrightarrow{F}_{q_1q_2} = q_2\overrightarrow{E_1} = q_2\,\frac{q_1}{4\pi\epsilon_0||\overrightarrow{r}||^2}\hat{r} \tag{3}$$

$$\overrightarrow{F}_{q_1q_2} = q_2\,\frac{q_1\overrightarrow{r}}{4\pi\epsilon_0||\overrightarrow{r}||^3} \tag{4}$$

Recordar que: $\widehat{r} = \frac{\overrightarrow{r}}{||\overrightarrow{r}||}$

Campo Eléctrico por definición

1. $\overrightarrow{r}$= Donde se quiere conocer el campo.
2. $\overrightarrow{r'}$= Donde se ubica la carga que produce el campo.

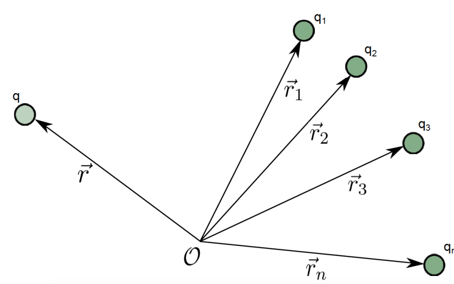
$$\overrightarrow{E} = \frac{q(\overrightarrow{r}-\overrightarrow{r'})}{4\pi\epsilon_0||\overrightarrow{r}-\overrightarrow{r'}||^3} \tag{5}$$

Principio de Superposición (Caso Discreto)

Notar que la fuerza que siente la carga q por la presencia de las cargas q_i corresponde al efecto de cada una de las cargas sumadas. Es decir:

$$\overrightarrow{F}_q = q\,\overrightarrow{E}_{total} \tag{6}$$

$$\overrightarrow{E}_{total} = \sum_{i=1}^{n}\overrightarrow{E}_i = \sum_{i=1}^{n}\frac{q_i(\overrightarrow{r}-\overrightarrow{r'}_i)}{4\pi\epsilon_0||\overrightarrow{r}-\overrightarrow{r'}_i||^3} \tag{7}$$



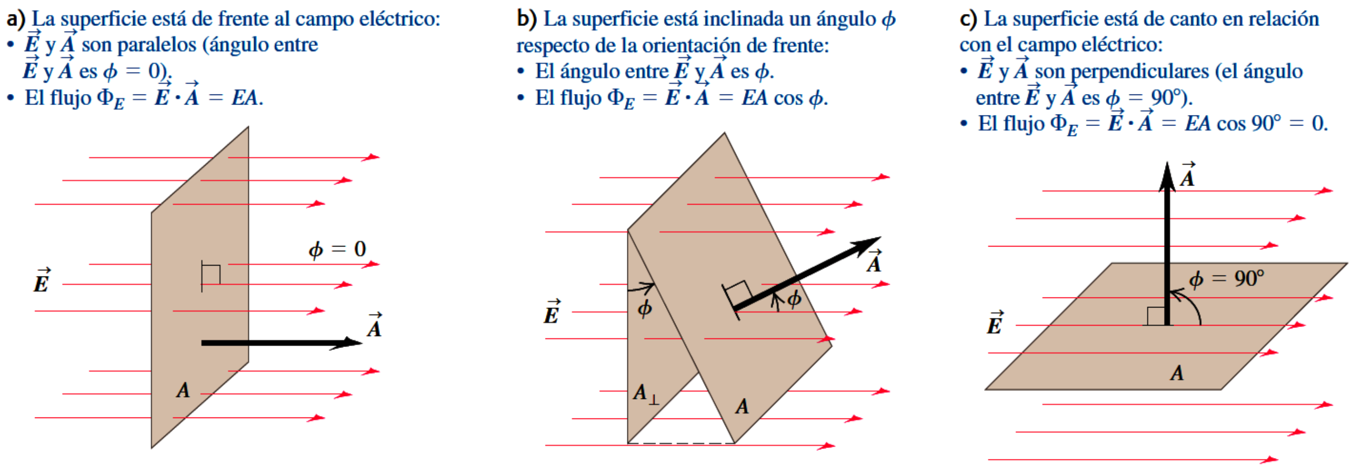
Principio de Superposición (Caso Continuo)

$$\overrightarrow{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int_{\overrightarrow{r'}}\frac{(\overrightarrow{r}-\overrightarrow{r'})}{||\overrightarrow{r}-\overrightarrow{r'}||^3}dq \tag{8}$$

Lineal, $dq = \lambda(\overrightarrow{r}')dl'$
Superficial, $dq = \sigma(\overrightarrow{r}')ds'$
Volumétrica, $dq = \rho(\overrightarrow{r}')dv'$

El concepto de Flujo Si consideramos $\vec{A} = A\hat{n}$, con $\hat{n}$ perpendicular al área. Se tendrá que el flujo eléctrico corresponde a :

$$\Phi_E = \oiint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oiint E\cos(\phi)dA \tag{9}$$



Importante

1. El flujo eléctrico es positivo si las líneas de campo eléctrico están "saliendo" a través de la superficie, y será negativo si las líneas "entran" a través de la superficie.
2. El flujo total a través de la superficie se obtiene sumando sobre todos los elementos de superficie.
3. Al aumentar las proporciones de la superficie escogida, el flujo no cambia, pero si cambia al encerrar más carga.

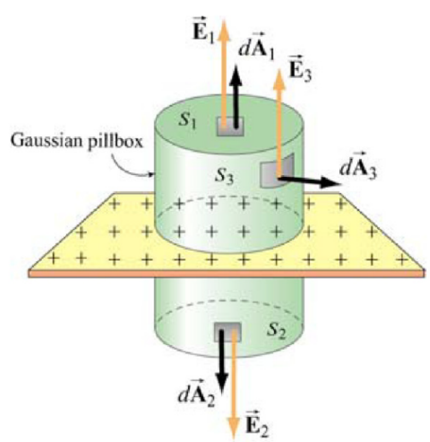
Ley de Gauss

$$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q_{encerrada}}{\epsilon_0} \quad \Leftrightarrow \quad \nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \tag{10}$$

Teorema de la Divergencia

Dado un volumen V delimitado por la superficie simple y cerrada S, junto a un campo vectorial $\vec{E}$ de clase C^1 se obtiene la siguiente relación, donde $\vec{n}$ corresponde al vector normal apunta hacia el exterior del volumen V:

$$\oiint_S \vec{E} \cdot \vec{n}\, dS = \iiint_V \nabla \cdot \vec{E}\, dV \tag{11}$$



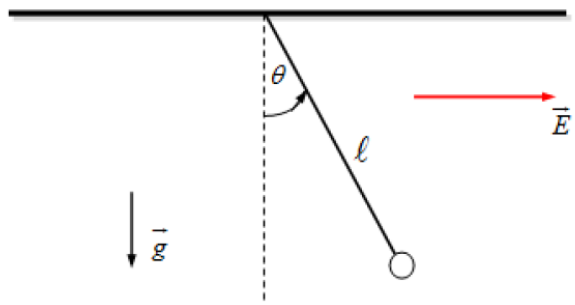
Universidad de Chile
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas
Departamento de Física
FI2002: Electromagnetismo- Semestre Otoño 2019

Auxiliar 1: Ley de Coulomb, Campo por definición y Ley de Gauss

Profesor: Nicolás Vidal
Auxiliares: Diland Castro, José Castro y Almendra Del Moral
Fecha: 18 de Marzo de 2019

P1. [Campo eléctrico y Fuerza eléctrica]

Una esfera plástica cargada tiene una masa m y se cuelga de un hilo de largo l, en una región donde existe un campo eléctrico $\overrightarrow{E}$ como se muestra en la figura. Si la esfera permanece en equilibrio en un ángulo θ entre la vertical y el hilo que sostiene. Se pide:



(a) Calcular la carga q de la esfera.

(b) Suponga que la esfera pierde carga a una tasa de $\alpha[\frac{C}{seg}]$.
Calcular la velocidad angular que produce esta descarga para $\theta \ll 1$.

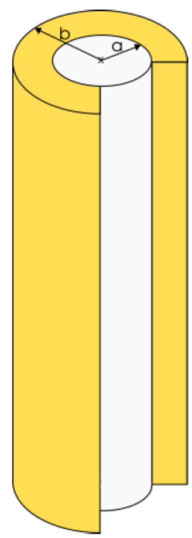
P2. [Ley de Gauss]

Entre dos superficies cilíndricas infinitas en ambos sentidos, concéntricas al eje z y de radios a y b respectivamente, se tiene una densidad de carga volumétrica proporcional a la coordenada r, determinada por:

$$\rho(r) = B \cdot r \qquad a < r < b$$

Fuera de esta zona la densidad de carga es nula
i.e $\rho(r) = 0 \ \ r < a \qquad \& \qquad \rho(r) = 0 \ \ r > b.$

- Determine el campo eléctrico en todo el espacio.



P3. [Campo eléctrico por definición (Caso continuo)]

Un recipiente semiesférico no conductor de radio $R = a$ tiene una carga total Q uniformemente distribuida en su superficie interior.

- Encuentre el campo eléctrico en el punto O.