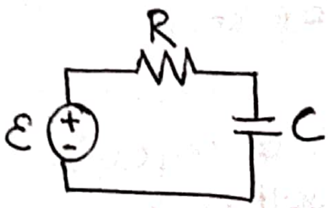
Manuel Torres.

- Análisis circuito RC:

Carga de un condensador:



Por ley de Kirchhoff para el voltaje se cumple lo siguiente:

$$\mathcal{E} = IR + \frac{Q}{C} \Rightarrow \mathcal{E} - R\frac{\partial Q}{\partial t} - \frac{Q}{C} = 0$$

Ordenando los términos:

$$\Rightarrow R\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{C}(Q - \mathcal{E}C)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{1}{RC}(Q - \mathcal{E}C) = 0$$

Cambio de variables: ⊛ Paso clave en la EDO.

$$\tilde{Q} = Q - \mathcal{E}C \Rightarrow \frac{\partial \tilde{Q}}{\partial t} = \frac{\partial Q}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \tilde{Q}}{\partial t} + \frac{1}{RC}\tilde{Q} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \tilde{Q}}{\tilde{Q}} = \frac{-1}{RC}\partial t$$

$$\Rightarrow \int_{\tilde{Q}_0}^{\tilde{Q}(t)} \frac{\partial \tilde{Q}}{\tilde{Q}} = \int_0^t \frac{-1}{RC}\partial t$$

$$\Rightarrow \ln(\tilde{Q}(t)/\tilde{Q}_0) = -\frac{t}{RC}$$

$$\Rightarrow \tilde{Q}(t) = \tilde{Q}_0 e^{-t/RC}$$

Por el cambio de variable se tiene:

$$\tilde{Q}_0 = Q_0 - \mathcal{E}C \quad \wedge \quad Q_0 = 0$$

$$\Rightarrow \tilde{Q}_0 = \mathcal{E}C$$

Reemplazando el cambio de variables:

$$Q(t) - \mathcal{E}C = -\mathcal{E}Ce^{-t/RC}$$

$$\Rightarrow \boxed{Q(t) = \mathcal{E}C(1 - e^{-t/RC})}$$ → sobre el condensador

Ahora para hallar la corriente basta con derivar

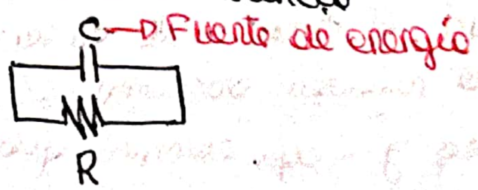
$$\boxed{I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R}e^{-t/RC}}$$ → Sobre todo lo que está en serie con la fem

Y para hallar el potencial, basta usar la ley de Ohm

$$\boxed{V(t) = \mathcal{E}e^{-t/RC}}$$ → Sobre la resistencia

Descarga de un condensador

Luego de cargar el condensador, se desconecta la fem del circuito y se deja conectado el condensador a la resistencia



Por ley de Kirchhoff para el voltaje entonces se tiene:

$$IR + \frac{Q}{C} \Rightarrow R\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{Q}{C} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{Q}{RC} = 0$$

Resolviendo la EDO por variables separables se tiene:

$$\boxed{Q(t) = Q_0 e^{-t/RC}}$$ → sobre el condensador

Luego derivando respecto el tiempo se obtiene la intensidad de corriente

$$\boxed{I(t) = -\frac{Q_0}{RC} e^{-t/RC}}$$ → Sobre todo lo que va en serie con la fem

y por ley de Ohm se obtiene el potencial:

$$\boxed{V(t) = -\frac{Q_0}{C} e^{-t/RC}}$$ → sobre la resistencia

Observaciones:

- Obteniendo la EDO para Q, se puede obtener I(t)

- Por ley de Kirchhoff para la intensidad de corriente, la ecuación para I(t) satisface a la resistencia y al condensador

- Analizando el circuito RC en serie simple, se pueden descomponer como Req y Ceq, siempre que no se tengan resistencias y condensadores en paralelo.

- Obteniendo voltajes:

Sobre I(t)

Al usar ley de Ohm se obtiene el voltaje sobre la resistencia.

Sobre Q(t)

Al usar la def. de capacitor se obtiene el voltaje en el condensador.

- Estados del circuito:

Se pueden distinguir 3 estados en el tiempo:

① $t=0$

② transiente $0<t<\infty^{+}$

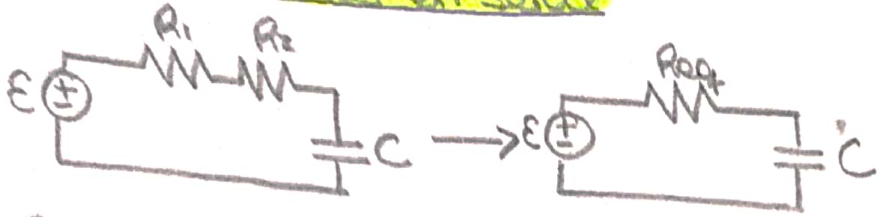
③ estacionario $\tau \ll t$

los cuales tienen distintas implicancias según sea el circuito (carga ó descarga).

Circuitos RC:

Casos cuando hay solo una fem y se colocan resistencias/condensadores en serie/paralelo.

1| Resistencias en serie



Donde $R_{eq} = R_1 + R_2$

Se cumplen las ecuaciones para la carga y la corriente:

$$Q(t) = C\mathcal{E}(1 - e^{-t/CR_{eq}}) \wedge \boxed{I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}} e^{-t/CR_{eq}}}$$

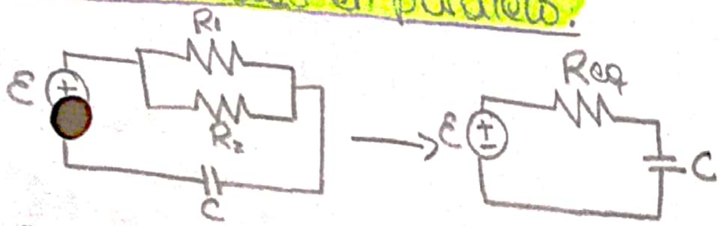
Por ley de Kirchhoff para la corriente, $I(t)$ corresponde al condensador y a la resistencia equivalente:

$$\Rightarrow V_{R_{eq}} = I(t) \cdot R_{eq} \Rightarrow V_{R_{eq}} = \frac{R_{eq}\mathcal{E}}{R_{eq}} e^{-t/CR_{eq}}$$, se descompone.

$$\Rightarrow V_{R_1} = \frac{R_1\mathcal{E}}{R_{eq}} e^{-t/CR_{eq}} \wedge V_{R_2} = \frac{R_2\mathcal{E}}{R_{eq}} e^{-t/CR_{eq}}$$

Mientras que para el condensador se tiene $V_C(t) = \mathcal{E}(1 - e^{-t/CR_{eq}})$

2| Resistencias en paralelo:



Donde $R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$

Se cumplen las ecuaciones para la carga y la corriente:

$$Q(t) = C\mathcal{E}(1 - e^{-t/R_{eq}C}) \wedge \boxed{I(t) = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}} e^{-t/CR_{eq}}}$$

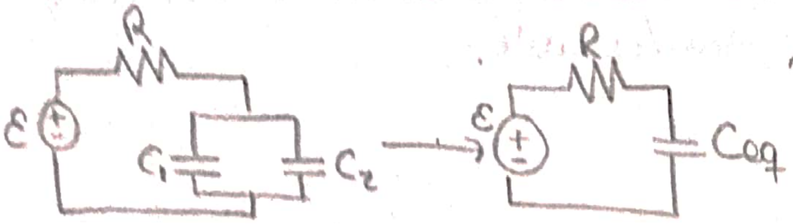
Por ley de Ohm, se puede hallar $V_{R_{eq}}$ a partir de $I(t)$:

$\Rightarrow V_{R_{eq}} = \mathcal{E} e^{-t/CR_{eq}}$ } el cual corresponde al voltaje para todos los elementos en paralelo.

$$\Rightarrow I_{R_1} = \frac{\mathcal{E} e^{-t/CR_{eq}}}{R_1} \wedge I_{R_2} = \frac{\mathcal{E} e^{-t/CR_{eq}}}{R_2}$$

y el voltaje en el condensador es igual al caso anterior.

3| Condensadores en paralelo:



Donde $C_{eq} = C_1 + C_2$

Se cumplen las ecuaciones para la carga y la corriente:

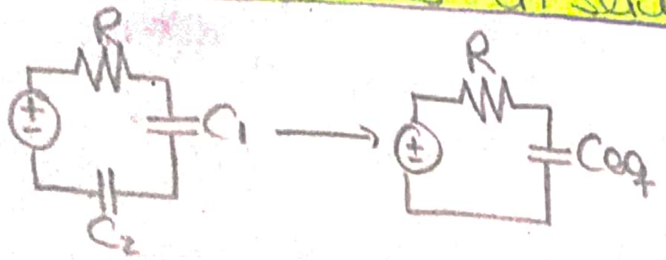
$\boxed{Q(t) = C\varepsilon(1 - e^{-t/RC_{eq}})} \wedge I(t) = \dfrac{\varepsilon}{R} e^{-t/RC_{eq}}$

El voltaje en C_{eq} se obtiene a partir de $Q(t)$ y es igual para todo componente en paralelo:

$V_{C_{eq}}(t) = \varepsilon(1 - e^{-t/RC_{eq}})$

$\Rightarrow Q_1(t) = C_1\varepsilon(1 - e^{-t/RC_{eq}}) \wedge Q_2(t) = C_2\varepsilon(1 - e^{-t/RC_{eq}})$

4| Condensadores en serie:



Donde $C_{eq} = \dfrac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$

Se cumplen las ecuaciones para la carga y la corriente:

$\boxed{Q(t) = C\varepsilon(1 - e^{-t/RC_{eq}})} \wedge I(t) = \dfrac{\varepsilon}{R} e^{-t/RC_{eq}}$

$\Rightarrow V_{C_{eq}}(t) = \varepsilon(1 - e^{-t/RC_{eq}}) = V_{C_1} + V_{C_2}$

$\Rightarrow \varepsilon(1 - e^{-t/RC_{eq}}) = \dfrac{Q_1(t)}{C_1} + \dfrac{Q_2(t)}{C_2}$