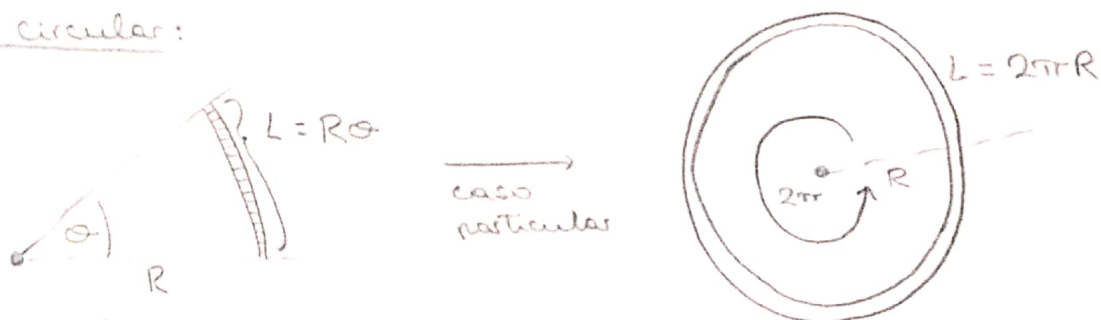
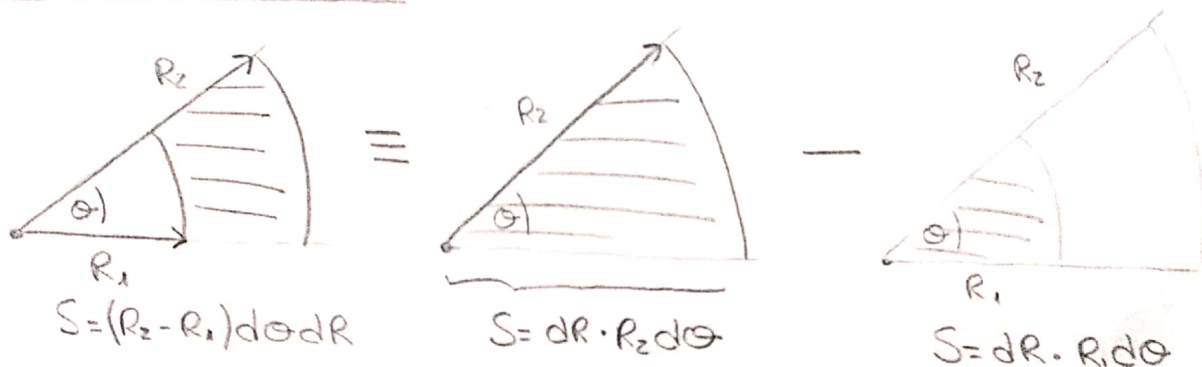


Diferencial de una curva:

Sección circular:



Sección superficial en un disco:



Obs: Diferencial de superficie en un disco:

$$dS = (p \, d\theta) \, dp$$

$\hookrightarrow$ Corresponde al diferencial del $\angle \theta$.

Sección de volumen en un disco:



$$V = S \cdot z, \text{ luego el diferencial} \\ \Rightarrow dV = (p \, d\theta) \cdot dp \cdot dz$$

Observación:

En una sección recta, el diferencial corresponde a:

$$dr = dx;$$

Mientras que una sección curva, el diferencial de un ángulo es:

$$dr = h_i \, d\theta_i, \text{ donde } h_i \text{ es un factor de escala.}$$

• Por sistemas de coordenadas:

1) Cartesiano: $x \rightarrow dx$
 $y \rightarrow dy$
 $z \rightarrow dz$

3) Esféricas: $r \rightarrow dr$
 $\theta \rightarrow r \sin \theta d\theta$
 $\phi \rightarrow r d\phi$

2) Cilíndricas: $\rho \rightarrow d\rho$
 $z \rightarrow dz$
 $\theta \rightarrow \rho d\theta$

Luego, si damos calcular superficies en los planos:

1) Cartesiano: $xy \rightarrow dx dy$
 $xz \rightarrow dx dz$
 $yz \rightarrow dy dz$

3) Esféricas: $r\theta \rightarrow r \sin \theta dr d\theta$
 $r\phi \rightarrow r dr d\phi$
 $\theta\phi \rightarrow r^2 \sin \theta d\theta d\phi$

2) Cilíndricas: $\rho z \rightarrow d\rho dz$
 $\rho\theta \rightarrow \rho d\rho d\theta$
 $z\theta \rightarrow \rho dz d\theta$

ϕ el que barre
 θ el que cae

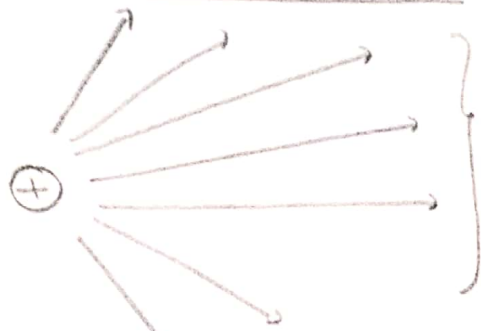
Finalmente, el cálculo de volumen es directo:

1) Cartesiano: $xyz \rightarrow dx dy dz$

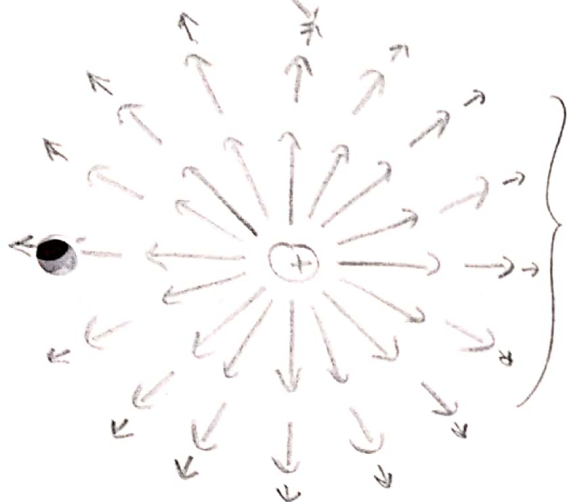
2) Cilíndricas: $\rho\theta z \rightarrow \rho d\rho dz d\theta$

3) Esféricas: $r\theta\phi \rightarrow r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi$

• Campo eléctrico (Discreto).



lo que uno se imagina



Lo que en realidad es una línea de campo vectorial, para el caso de $\vec{E}$, colocando una carga q^+ .

En caso de colocar q^- , las líneas de campo tienen igual magnitud pero distinto sentido.

Sea
$$\vec{F}_E = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right) \cdot \frac{Q q \hat{r}}{\|\vec{r} - \vec{r}_0\|^2}$$

K, pero es mejor dejar ϵ_0 , ya que tiene un significado.

$\Rightarrow \vec{E} = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \right) \frac{q \hat{r}}{\|\vec{r} - \vec{r}_0\|^2}$ es el campo que emite Q, el campo es más fácil de estudiar.

• Potencial eléctrico: (A partir del trabajo)

Sea W trabajo $\Rightarrow W = \vec{F} \cdot \vec{d}$

$$\Rightarrow W = \vec{E}Q \cdot \vec{d} = Q(\vec{E} \cdot \vec{d})$$

$$\Rightarrow \frac{W}{Q} = (\vec{E} \cdot \vec{d})$$

Por otro lado: $W = \Delta K = -\Delta U$

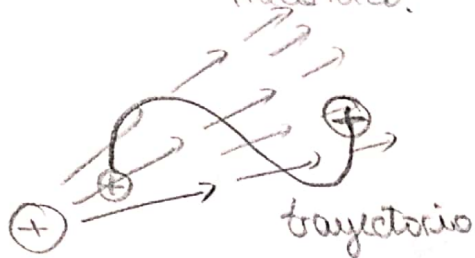
$$\Rightarrow \frac{-\Delta U}{Q} = \vec{E} \cdot \vec{d} \Rightarrow \frac{\Delta U}{Q} = -\vec{E} \cdot \vec{d}$$

Luego, definimos como $V = \frac{\Delta U}{Q}$ al potencial eléctrico o Voltaje, lo que se hace para poder trabajar bajo la metodología de $\vec{E}$.

Caso continuo

$$\text{Así como } W_{ab} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{r} \Rightarrow V_{ab} = - \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

Análogo a
mecánico.



• Campo eléctrico (Continuo)

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{\hat{r} dq}{\|\vec{r} - \vec{r}_0\|^2} \quad \rightarrow \text{en } V, \text{ que puede estar contenido en } \mathbb{R}, \mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3$$

Veamos los casos.

1) $\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\hat{r} \lambda dL}{\|\vec{r} - \vec{r}_0\|^2}$, λ densidad lineal $\frac{dq}{dL} = \lambda$

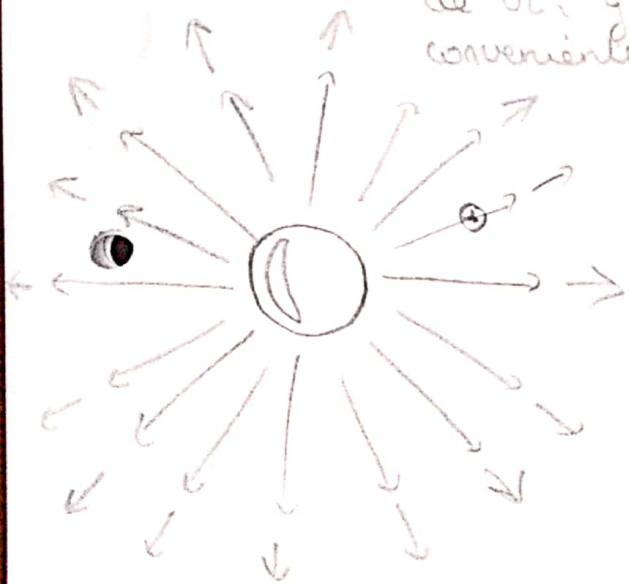
2) $\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iint \frac{\hat{r} \sigma dS}{\|\vec{r} - \vec{r}_0\|^2}$, σ densidad superficial $\frac{dq}{dS} = \sigma$

3) $\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint \frac{\hat{r} \rho dV}{\|\vec{r} - \vec{r}_0\|^2}$, ρ densidad de volumen $\frac{dq}{dV} = \rho$

Comentarios:

- La densidad puede ser constante, o estar en función de $\vec{r}$.

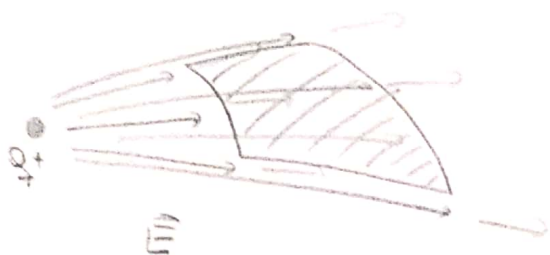
- El diferencial determina la parametrización de V , y uno debe elegir la geometría conveniente



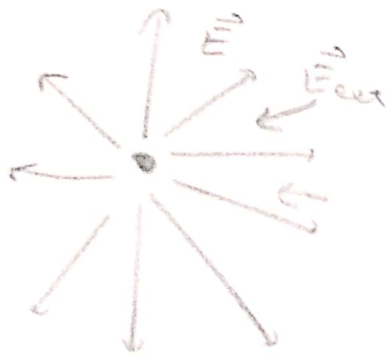
• Ley de Gauss:

$$\iiint \nabla \cdot \vec{E} dV = \iint \underbrace{\vec{E} \cdot d\vec{S}}_{\text{diferencial vectorial}} = \varphi \quad (\text{flujo})$$

¿Qué significa?



Un flujo de $\vec{E}$ atraviesa $d\vec{S}$



Si lo que sale es menor que lo que entra, las líneas de campo convergen

En caso contrario, las líneas de campo divergen:

$$\nabla \cdot \vec{E} > 0 \Rightarrow \text{Diverge } \vec{E}$$

$$\nabla \cdot \vec{E} < 0 \Rightarrow \text{Converge } \vec{E}$$

Gauss demostró la relación entre estas 2 ideas aunque es una generalización del TFC de Newton.