# Resumen de electricidad.
## Electromagnetismo FI2002 - Otoño 2019

Autor: Manuel Torres[1]

*Departamento de Física, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile*

## Sistemas de coordenadas

**Definición 1.** ***Sistema de coordenadas cartesianas:***
*Posición:*

$$\vec{r}(t) = x(t)\hat{i} + y(t)\hat{j} + z(t)\hat{k}$$

*Velocidad:*

$$\vec{v}(t) = \dot{x}(t)\hat{i} + \dot{y}(t)\hat{j} + \dot{z}(t)\hat{k}$$

*Aceleración:*

$$\vec{a}(t) = \ddot{x}(t)\hat{i} + \ddot{y}(t)\hat{j} + \ddot{z}(t)\hat{k}$$

Sistemas de coordenadas ortogonales: Es posible describir un nuevo sistema de coordenadas donde sus vectores unitarios sean ortogonales entre sí, y además cada vector unitario es una combinación lineal de los vectores unitarios de un sistema de coordenadas cartesianas.

**Definición 2.** ***Cilíndricas: Vectores unitarios:***

$$\hat{\rho} = \hat{i}\cos\phi + \hat{j}\operatorname{sen}\phi$$
$$\hat{\phi} = -\hat{i}\operatorname{sen}\phi + \hat{j}\cos\phi$$
$$\hat{k} = \hat{k}$$

**Definición 3.** ***Esféricas: Vectores unitarios:***

$$\hat{r} = (\hat{i}\cos\phi + \hat{j}\cos\phi)\operatorname{sen}\theta + \hat{k}\cos\theta$$
$$\hat{\theta} = (\hat{i}\cos\phi + \hat{j}\cos\phi)\cos\theta - \hat{k}\cos\theta$$
$$\hat{\phi} = -\hat{i}\operatorname{sen}\phi + \hat{j}\cos\phi$$

¿Cómo escribir un nuevo sistema de coordenadas?: Comenzamos por escribir la posición en función de una suma de escalares por cada uno de los vectores unitarios, y para la velocidad y aceleración se deriva esta expreción respecto al tiempo teniendo cuidado de realizar bien la regla de la cadena.

**Resultados 1.** ***Sistema de coordenadas cilíndricas:***
*Posición:*

$$\vec{r} = \rho\hat{\rho} + z\hat{k}$$

*Velocidad:*

$$\vec{v} = \dot{\rho}\hat{\rho} + \rho\dot{\phi}\hat{\phi} + \dot{z}\hat{k}$$

*Aceleración:*

$$\vec{a} = (\ddot{\rho} - \rho\dot{\phi}^2)\hat{\rho} + \frac{1}{\rho}\frac{\delta}{\delta t}(\rho^2\dot{\phi})\hat{\phi} + \ddot{z}\hat{k}$$

**Resultados 2.** ***Sistema de coordenadas esféricas:***
*Posición:*

$$\vec{r} = r\hat{r}$$

*Velocidad:*

$$\vec{v} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\phi}\operatorname{sen}\theta\hat{\phi} + r\dot{\theta}\hat{\theta}$$

*Aceleración:*

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 - r\dot{\phi}^2\operatorname{sen}^2\theta\hat{r} + \frac{r^2\dot{\phi}\operatorname{sen}^2\theta}{2\operatorname{sen}\theta}\hat{\phi}$$
$$+(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} - r\dot{\phi}^2\operatorname{sen}\theta\cos\theta)\hat{\theta}$$

## Elementos diferenciales de distintas geometrías

A continuación se presentan algunos elementos diferenciales, que serán útiles al momento de formar integrales (más adelante).

**Resultados 3.** ***Coordenadas cilíndricas: Elemento de superficie*** *Un elemento de superficie sobre el manto cilíndrico (o la superficie orientada por $\hat{r}$):*

$$\delta S = \rho\delta\phi\delta z$$

*Un elemento de superficie en un plano perpendicular a $\hat{k}$:*

$$\delta S = \rho\delta\rho\delta\phi$$

*Un elemento de superficie en un plano perpendicular a $\hat{\theta}$ está dado por:*

$$\delta S = \delta\rho\delta z$$

[1]Dudas y sugerencias al correo: manuel.torres@ug.uchile.cl

**Resultados 4.** ***Coordenadas cilíndricas: Elemento de volumen***
*Un elemento de volumen en un cilindro está dado por:*

$$\delta V = \rho\delta\rho\delta\phi\delta z$$

**Resultados 5.** ***Coordenadas esféricas: Elemento de superficie***
*Un elemento de superficie en un casquete esférico está dado por (o lo que es lo mismo, el plano perpendicular a $\hat{r}$):*

$$\delta S = r^2 \operatorname{sen}\theta\delta\theta\delta\phi$$

**Resultados 6.** ***Coordenadas esféricas: Elemento de volumen***
*Un elemento de volumen de una esfera está dado por:*

$$\delta V = r^2 \operatorname{sen}\theta\delta r\delta\phi\delta\theta$$

**Propuesto:** Determinar los elementos de superficie restantes de una esfera.

---

# Campos en el vacío:

**Definición 4.** ***Ley de Coulomb (fza. eléctrica $\vec{F}$)***

$$\vec{F}_e = \frac{qQ}{4\pi\epsilon}\frac{\vec{r}-\vec{r}_o}{\|\vec{r}-\vec{r}_o\|^3}$$

**Definición 5.** ***Campo eléctrico $\vec{E}$***
En un medio discreto:

$$\vec{E}_q = \frac{q}{4\pi\epsilon}\frac{\vec{r}-\vec{r}_o}{\|\vec{r}-\vec{r}_o\|^3}$$

En un medio continuo: *La siguiente expresión sirve para calcular el campo eléctrico por definición, donde $\vec{r}_o$ corresponde a la parametrización del cuerpo que lo emite, y $\vec{r}$ la posición en el espacio donde se quiere conocer el campo eléctrico.*

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon}\int\frac{\vec{r}-\vec{r}_o}{\|\vec{r}-\vec{r}_o\|^3}\delta q(\vec{r_0})$$

**Definición 6.** ***Energía potencial:***
*El cálculo de energía potencial de un campo se realiza a partir de una integral de trabajo (linea).*

$$U(\vec{r}) = -\int \vec{F}\delta\vec{r}$$

**Definición 7.** ***Potencial eléctrico***
*Forma integral:*

$$V(\vec{r}) = -\int \vec{E}\delta\vec{r}$$

*Forma diferencial:*

$$\bigtriangledown V(\vec{r}) = -\vec{E}(\vec{r})$$

**Observación 1.** ***Energía potencial y potencial eléctrico:***
*La relación entre la energía potencial (visto en mecánica) y el potencial eléctrico (voltaje) está dada por:*

$$U = -qV(\vec{r})$$

**Teorema: 1.** ***Ley de Gauss para $\vec{E}$***
*A partir de la Ley de Gauss se puede calcular el flujo del campo eléctrico que pasa a través de la superficie de la parametrización vecr$_o$ (ver campo eléctrico por definición).*
*Forma integral:*

$$\phi_S = \int\int\int div(\vec{E})\delta V = \int\int \vec{E}\delta\vec{S} = \frac{Q_{encerrada}}{\epsilon}$$

*Forma diferencial:*

$$div(\vec{E}) = -\frac{\rho(\vec{r})}{\epsilon}$$

**Teorema: 2.** ***Ecuación de Poisson***
*A partir de la forma diferencial de la Ley de Gauss y la definición de Potencial se obtiene la expresión:*

$$\bigtriangledown^2 V(\vec{r}) = \frac{\rho(\vec{r})}{\epsilon}$$

En adelante... Se estudiarán propiedades eléctricas en medios materiales, en éste caso los materiales de interés son los medios dieléctricos, específicamente los medios polarizables, como lo son los conductores y los aislantes