

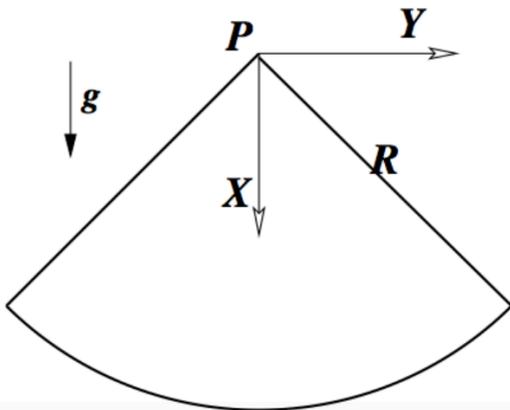
## Auxiliar #18

### Sólido Rígido

Auxiliares: Cristóbal Zenteno, Benjamín Medina & Miguel Letelier

**P1** Se tiene una lámina que es un cuarto de círculo de radio  $R$  y su vértice está fijo en  $P$ . Su densidad es uniforme y su masa total es  $M$ .

- Obtenga el momento de inercia de esta lámina, asociado al movimiento en torno al eje  $z$ , perpendicular al plano de la figura y que pasa por  $P$ .
- Obtenga la frecuencia de pequeñas oscilaciones de este péndulo.



**P2** Una esfera de masa  $M$  y radio  $R$  tiene pegada en su parte superior una partícula de igual masa  $M$  y se encuentra en presencia de gravedad. La esfera puede rodar sobre una superficie horizontal, y la posición de la partícula se encuentra determinada por el ángulo  $\theta$  según muestra la figura.

- Calcule la matriz de inercia del sistema esfera-partícula en el sistema de referencia con origen en el centro de la esfera y que gira con ésta, según se indica en la figura.
- Calcular la energía cinética y potencial gravitatoria del sistema en función de  $\theta$  y  $\dot{\theta}$ .
- Si en  $t = 0$  el ángulo  $\theta$  vale  $\theta_0$  encontrar  $\theta(t)$  para valores de  $\theta(t)$  mucho menores que uno.

**Hint:** La matriz de inercia de una esfera de radio  $R$  y masa  $M$ , medida desde su centro de masas es:

$$I_O = \begin{pmatrix} \frac{2}{5}MR^2 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{5}MR^2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{5}MR^2 \end{pmatrix}$$

